Méthodes d'optimisation

BUT Info 2e année

Florent Foucaud
Dipayan Chakraborty, Malika More, Adrien Wohrer

IUT CLERMONT AUVERGNE
Aurillac - Clermont-Ferrand - Le Puy-en-Velay
Montluçon - Moulins - Vichy

2023-2024

Organisation du cours

Organisation

Planning :

- 5 CM (5h30)
- 3 feuilles de TD (6h)
- 3 feuilles de TP (10h)

Évaluation :

- DS 1, sur table (50%) portant sur les 3 premières semaines (22 novembre)
- DS 2, sur table (50%) portant sur l'ensemble du cours (19 décembre)

Optimisation et recherche opérationnelle

L'optimisation, c'est quoi ?

Recherche opérationnelle : discipline aux contours vagues, entre théorie et pratique, à l'interface de :

mathématiques, informatique, logistique, économie

Mise en œuvre de méthodes scientifiques, essentiellement mathématiques et algorithmiques, en vue de prendre la meilleure décision possible.

Rationaliser, simuler et optimiser l'architecture et le fonctionnement des systèmes industriels et économiques. Modèles pour analyser des situations complexes pour faire des choix efficaces et robustes.

Source : “Le livre blanc de la Recherche Opérationnelle en France”
ROADEF, 2011 et 2019

Buts et méthodes

On cherche à trouver des solutions à des problèmes complexes.

Buts et méthodes

On cherche à trouver des solutions à des problèmes complexes.

Pour cela on dispose d'une boîte à outils :

- modélisation par les mathématiques discrètes :
  - théorie des graphes
  - contraintes
- résolution par :
  - la programmation mathématique → programmation linéaire, ...
  - algorithmes de recherche de solution :

    → algorithmes spécifiques, méta-heuristiques, intelligence artificielle...

Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets

Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets
- 1937 : Optimisation du système de radars britannique

(Albert P. Rowe et Robert Watson-Watt)

A. P. Rowe

(1898-1976)

R. Watson-Watt

(1892-1973)

Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets
- 1937 : Optimisation du système de radars britannique

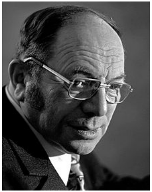
  (Albert P. Rowe et Robert Watson-Watt)
- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)

A. P. Rowe

(1898-1976)

R. Watson-Watt

(1892-1973)



L. V. Kantorovich

(1912-1986)

Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets
- 1937 : Optimisation du système de radars britannique

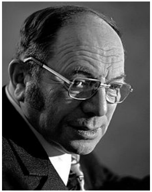
  (Albert P. Rowe et Robert Watson-Watt)
- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)

A. P. Rowe

(1898-1976)

R. Watson-Watt

(1892-1973)



L. V. Kantorovich

(1912-1986)

G. B. Dantzig

(1914-2005)

Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets
- 1937 : Optimisation du système de radars britannique

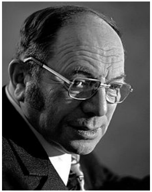
  (Albert P. Rowe et Robert Watson-Watt)
- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)
- 1948-49 : Ravitaillement lors du blocus de Berlin-ouest

A. P. Rowe

(1898-1976)

R. Watson-Watt

(1892-1973)



L. V. Kantorovich

(1912-1986)

G. B. Dantzig

(1914-2005)

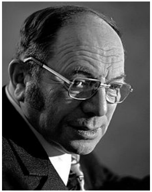
Historique

- Avant le XXe siècle : balbutiements de la modélisation mathématique de problèmes concrets
- 1937 : Optimisation du système de radars britannique

  (Albert P. Rowe et Robert Watson-Watt)
- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)
- 1948-49 : Ravitaillement lors du blocus de Berlin-ouest
- Ensuite : utilisation de la RO dans l'industrie, logistique, économie, etc.


A. P. Rowe
(1898-1976)


R. Watson-Watt
(1892-1973)


L. V. Kantorovich
(1912-1986)


G. B. Dantzig
(1914-2005)

Project CyberSyn (Chili, 1970-1973)

Système d'aide à la décision pour la planification économique, avec un réseau "cybernet" reliant les usines au centre de décisions.

Stafford Beer (1926-2002)

Concrètement, quels types de problèmes ?

- Optimisation dans la production, la vente
  → minimisation des coûts, maximisation des gains
- Ordonnancement (planification de tâches)
- Réseaux de transport, d'énergie, de télécommunications
- Problèmes de placement (empilements, découpage de pièces)
- ...

Concrètement, quels types de problèmes ?

- Optimisation dans la production, la vente
  → minimisation des coûts, maximisation des gains
- Ordonnancement (planification de tâches)
- Réseaux de transport, d'énergie, de télécommunications
- Problèmes de placement (empilements, découpage de pièces)
- ...

Challenge ROADEF/EURO, proposé par une grande entreprise :

- 2022 : Problème du chargement de camions (Renault)
- 2020 : Planification de la maintenance des réseaux électriques (RTE)
- 2016 : Routage d'Inventaire pour ditribution du gaz (Air Liquide)
- 2014 : Les trains ne disparaissent pas ! (SNCF)
- 2012 : Réaffectation de machines (Google)
- 2009 : Gestion des perturbations dans le domaine aérien (Amadeus)
- 2005 : Ordonnancement de véhicules pour une chaîne de montage automobile (Renault)

La programmation linéaire

La programmation linéaire (PL), c'est quoi ?

Définition : programmation linéaire

Outil mathématique servant à optimiser (maximiser/minimiser) une fonction objectif sur des variables, selon des contraintes sur ces variables. La fonction objectif et les contraintes sont toutes des (in)équations linéaires.

La programmation linéaire (PL), c'est quoi ?

Définition : programmation linéaire

Outil mathématique servant à optimiser (maximiser/minimiser) une fonction objectif sur des variables, selon des contraintes sur ces variables. La fonction objectif et les contraintes sont toutes des (in)équations linéaires.

Remarques :

Le terme "programmation", issu du vocabulaire militaire, fait ici référence à la planification.

"Optimisation linéaire" serait aujourd'hui un meilleur terme, mais "programmation linéaire" est désormais standard.

La programmation linéaire (PL), c'est quoi ?

Définition : programmation linéaire

Outil mathématique servant à optimiser (maximiser/minimiser) une fonction objectif sur des variables, selon des contraintes sur ces variables. La fonction objectif et les contraintes sont toutes des (in)équations linéaires.

Exemple de programme linéaire

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{maximiser :} & 10x & + & 5y & & \\
\text{tel que :} & 1.5x & - & 2y & \leq & 1000 \\
 & 3x & + & y & \leq & 1500 \\
 & x & & & \geq & 0 \\
 & & & y & \geq & 0
\end{array}
$$

La programmation linéaire (PL), c'est quoi ?

Définition : programmation linéaire

Outil mathématique servant à optimiser (maximiser/minimiser) une fonction objectif sur des variables, selon des contraintes sur ces variables. La fonction objectif et les contraintes sont toutes des (in)équations linéaires.

Exemple de programme linéaire

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{maximiser :} & 10x & + & 5y & & \\
\text{tel que :} & 1.5x & - & 2y & \leq & 1000 \\
 & 3x & + & y & \leq & 1500 \\
 & x & & & \geq & 0 \\
 & & & y & \geq & 0
\end{array}
$$

But : trouver une solution optimale, si elle existe.

La programmation linéaire (PL), c'est quoi ?

Définition : programmation linéaire

Outil mathématique servant à optimiser (maximiser/minimiser) une fonction objectif sur des variables, selon des contraintes sur ces variables. La fonction objectif et les contraintes sont toutes des (in)équations linéaires.

Exemple de programme linéaire

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{maximiser :} & 10x & + & 5y & & \\
\text{tel que :} & 1.5x & - & 2y & \leq & 1000 \\
 & 3x & + & y & \leq & 1500 \\
 & x & & & \geq & 0 \\
 & & & y & \geq & 0
\end{array}
$$

But : trouver une solution optimale, si elle existe.

Vocabulaire :

$$
\begin{array}{rcl}
x, y & \rightarrow & \text{variables} \\
\max 10x + 5y & \rightarrow & \text{fonction objectif} \\
x + y \leq 1000 & \rightarrow & \text{contrainte} \\
x = 1, y = 0 & \rightarrow & \text{solution (valeur fonction objectif} = 10)
\end{array}
$$

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Soient a, b, c, d, e les quantités d'ananas, bananes, carottes, dattes, endives.

minimiser : $3.1a + 2.1b + 1.6c + 8.7d + 3.8e$

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Soient a, b, c, d, e les quantités d'ananas, bananes, carottes, dattes, endives.

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcrcl}
\text{minimiser :} & 3.1a & + & 2.1b & + & 1.6c & + & 8.7d & + & 3.8e & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & + & 7.8c & + & 25d & + & 13e & \geq & 56 \\
 & 478a & + & 70b & + & 20c & + & 4d & + & 65e & \geq & 110 \\
 & 3a & + & 12b & + & 2.4c & + & 10d & + & 8e & \geq & 2 \\
 & & & & & & & & & a, b, c, d, e & \geq & 0
\end{array}
$$

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Soient a, b, c, d, e les quantités d'ananas, bananes, carottes, dattes, endives.

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcl}
\text{minimiser :} & 3.1a & + & 2.1b & + & 1.6c & + & 8.7d & + & 3.8e & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & + & 7.8c & + & 25d & + & 13e & \geq & 56 \\
 & 478a & + & 70b & + & 20c & + & 4d & + & 65e & \geq & 110 \\
 & 3a & + & 12b & + & 2.4c & + & 10d & + & 8e & \geq & 2 \\
 & & & & & & & & & a, b, c, d, e & \geq & 0
\end{array}
$$

Solution optimale : 7.18 kg de carottes pour 11.49€ !

Un exemple concret : bien manger

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Soient a, b, c, d, e les quantités d'ananas, bananes, carottes, dattes, endives.

$$\begin{array}{lrcrcrcrcrcl}
\text{minimiser :} & 3.1a & + & 2.1b & + & 1.6c & + & 8.7d & + & 3.8e & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & + & 7.8c & + & 25d & + & 13e & \geq & 56 \\
 & 478a & + & 70b & + & 20c & + & 4d & + & 65e & \geq & 110 \\
 & 3a & + & 12b & + & 2.4c & + & 10d & + & 8e & \geq & 2 \\
 & & & & & & & & & a, b, c, d, e & \geq & 0
\end{array}$$

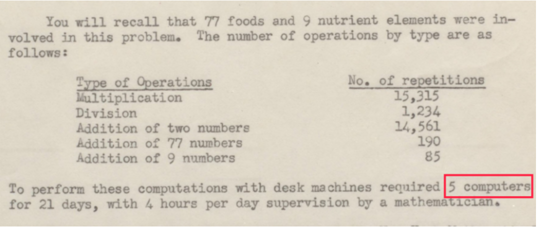
Solution optimale : 7.18 kg de carottes pour 11.49€ !

Si on rajoute les contraintes $a, b, c, d, e \leq 1$:
Solution optimale à 16.32€ avec 4g d'ananas et 1kg des autres aliments.

Le “diet problem” : un peu d’histoire

Historiquement : premier problème sur lequel George B. Dantzig a fait tester son algorithme dit du “simplexe”, en 1947.

Il y avait énormément d’aliments :
77 variables, 9 contraintes → 120 jours de travail à la main !



You will recall that 77 foods and 9 nutrient elements were involved in this problem. The number of operations by type are as follows:

Type of Operations	No. of repetitions
Multiplication	15,315
Division	1,234
Addition of two numbers	14,561
Addition of 77 numbers	190
Addition of 9 numbers	85

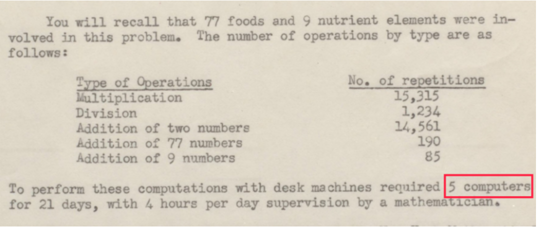
To perform these computations with desk machines required 5 computers for 21 days, with 4 hours per day supervision by a mathematician.

George B. Dantzig (1914-2005)

Le “diet problem” : un peu d’histoire

Historiquement : premier problème sur lequel George B. Dantzig a fait tester son algorithme dit du “simplexe”, en 1947.

Il y avait énormément d’aliments :
77 variables, 9 contraintes → 120 jours de travail à la main !



You will recall that 77 foods and 9 nutrient elements were involved in this problem. The number of operations by type are as follows:

Type of Operations	No. of repetitions
Multiplication	15,315
Division	1,234
Addition of two numbers	14,561
Addition of 77 numbers	190
Addition of 9 numbers	85

To perform these computations with desk machines required 5 computers for 21 days, with 4 hours per day supervision by a mathematician.

Première solution : consommer plusieurs litres de vinaigre par jour. Deuxième solution après limitation du vinaigre : 200 cubes de bouillon !

George B. Dantzig (1914-2005)

Les premiers ordinateurs

Immeuble du “Mathematical Tables Project” (1938-1948) à New York.

Les premiers ordinateurs

Les premiers ordinateurs de l'Histoire.

Histoire abrégée de la PL

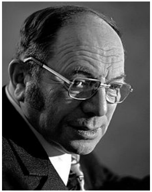
Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle.

M. Grötschl

Histoire abrégée de la PL

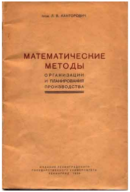
> *Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle.*
> M. Grötschl

- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)



L. V. Kantorovich

(1912-1986)

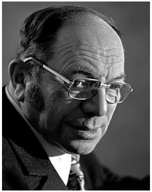


Mathematical methods in organization and planning production, Univ. de Leningrad, 1939

Histoire abrégée de la PL

> *Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle.*
> M. Grötschl

- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)



L. V. Kantorovich

(1912-1986)

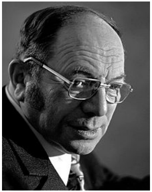
G. B. Dantzig

(1914-2005)

Histoire abrégée de la PL

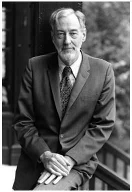
Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle. M. Grötschl

- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)
- 1975 : "Prix Nobel" d'économie (Leonid V. Kantorovich et Tjalling C. Koopmans)



L. V. Kantorovich
(1912-1986)

G. B. Dantzig
(1914-2005)

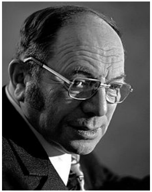


T. C. Koopmans
(1910-1985)

Histoire abrégée de la PL

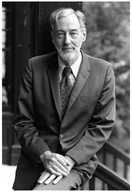
Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle. M. Grötschl

- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)
- 1975 : "Prix Nobel" d'économie (Leonid V. Kantorovich et Tjalling C. Koopmans)
- 1979 : Méthode de l'ellipsoïde (Leonid G. Khachiyan)



L. V. Kantorovich (1912-1986)

G. B. Dantzig (1914-2005)



T. C. Koopmans (1910-1985)

L. G. Khachiyan (1952-2005)

ARCHIVES 1979

A Soviet Discovery Rocks World of Mathematics

By MALCOLM W. BROWNE NOV. 7, 1979

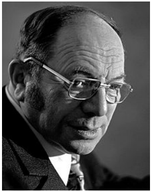
The New York Times

A surprise discovery by an obscure Soviet mathematician has rocked the world of mathematics and computer analysis, and experts have begun exploring its practical applications.

Histoire abrégée de la PL

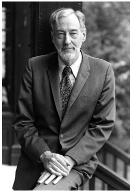
Du point de vue de l'économie, la programmation linéaire est la découverte mathématique la plus importante du XXe siècle. M. Grötschl

- 1939-1944 : Bases de la programmation linéaire (industrie du bois, optimisation des transports sur glace) (Leonid V. Kantorovich)
- 1947 : Algorithme du simplexe développé pour l'armée américaine, publié en 1951 (George B. Dantzig)
- 1975 : "Prix Nobel" d'économie (Leonid V. Kantorovich et Tjalling C. Koopmans)
- 1979 : Méthode de l'ellipsoïde (Leonid G. Khachiyan)
- 1984 : Méthode des points intérieurs (Narendra Karmarkar)



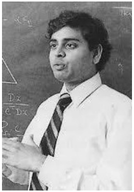
L. V. Kantorovich
(1912-1986)

G. B. Dantzig
(1914-2005)



T. C. Koopmans
(1910-1985)

L. G. Khachiyan
(1952-2005)



N. Karmarkar
(1956-)

Breakthrough in Problem Solving

THE NEW YORK TIMES, November 19, 1984

Folding the Perfect Corner

TIME MAGAZINE, December 3, 1984

Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{minimiser :} & 500x & & \\
\text{tel que :} & x & \geq & 10 \\
 & 2x & \leq & 50 \\
 & x & \geq & 0
\end{array}
$$

Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$\begin{array}{lrcl}
\text{minimiser :} & 500x & & \\
\text{tel que :} & x & \geq & 10 \\
 & 2x & \leq & 50 \\
 & x & \geq & 0
\end{array}$$

Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

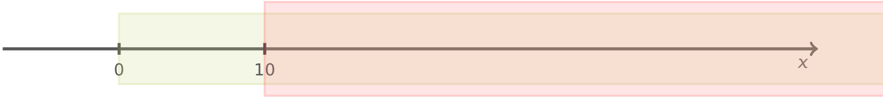
$$\begin{array}{llrcl} \text{minimiser :} & 500x & & & \\ \text{tel que :} & & x & \geq & 10 \\ & & 2x & \leq & 50 \\ & & x & \geq & 0 \end{array}$$

Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$\begin{array}{lrcl} \text{minimiser :} & 500x & & \\ \text{tel que :} & x & \geq & 10 \\ & 2x & \leq & 50 \\ & x & \geq & 0 \end{array}$$

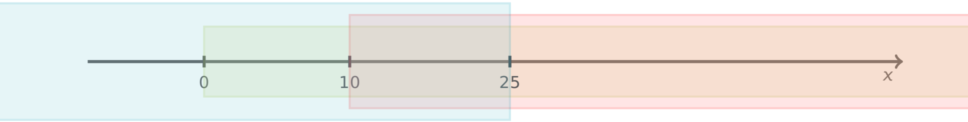


Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimiser :} & 500x \\
\text{tel que :} & \begin{array}{rcl} x & \geq & 10 \\ 2x & \leq & 50 \\ x & \geq & 0 \end{array}
\end{array}
$$

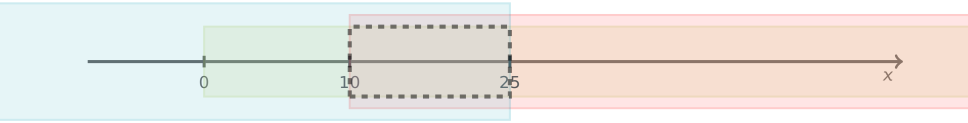


Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$\begin{array}{lrcl} \text{minimiser :} & 500x & & \\ \text{tel que :} & x & \geq & 10 \\ & 2x & \leq & 50 \\ & x & \geq & 0 \end{array}$$



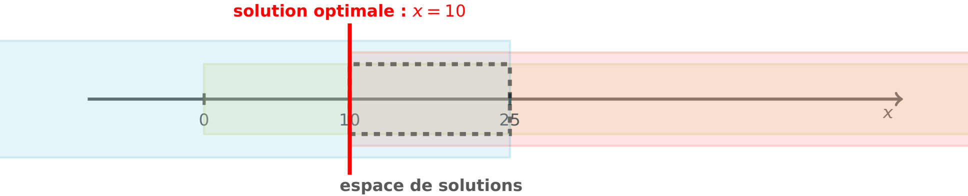
espace de solutions

Un PL à une variable

Soit x la quantité mensuelle de bois (en tonnes) utilisée par une menuiserie.

- Chaque tonne coûte 500€
- il faut au minimum $10t$/mois pour être rentable
- on stocke le bois par palettes de $1/2t$, il y a la place pour 50 palettes
- le nombre de tonnes n'est pas négatif

$$\begin{array}{llrcl} \text{minimiser :} & & 500x & & \\ \text{tel que :} & & x & \geq & 10 \\ & & 2x & \leq & 50 \\ & & x & \geq & 0 \end{array}$$



Diet problem, le retour

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (56g), vitamine C (110mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane, Carotte, Datte, Endive

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	3.1	5	478	3
Banane	2.1	10	70	12
Carotte	1.6	7.8	20	2.4
Datte	8.7	25	4	10
Endive	3.8	13	65	8

Soient a, b, c, d, e les quantités d'ananas, bananes, carottes, dattes, endives.

$$\begin{array}{llllllllllll}
\text{minimiser :} & 3.1a & + & 2.1b & + & 1.6c & + & 8.7d & + & 3.8e & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & + & 7.8c & + & 25d & + & 13e & \geq & 56 \\
 & 478a & + & 70b & + & 20c & + & 4d & + & 65e & \geq & 110 \\
 & 3a & + & 12b & + & 2.4c & + & 10d & + & 8e & \geq & 2 \\
 & & & & & & & & & a, b, c, d, e & \geq & 0
\end{array}$$

Simplifions le problème !

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (50g), vitamine C (100mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane

Simplifions le problème !

But : trouver un régime alimentaire bon marché qui satisfait nos besoins.

- Types de nutriments et apport journalier recommandé :
  protéines (50g), vitamine C (100mg), fer (2mg)
- Types d'aliments : Ananas, Banane

aliment	prix (€/kg)	protéines (g/kg)	vitamine C (mg/kg)	fer (mg/kg)
Ananas	1	5	500	2
Banane	1	10	50	4

Soient a, b les quantités d'ananas et bananes (en kg).

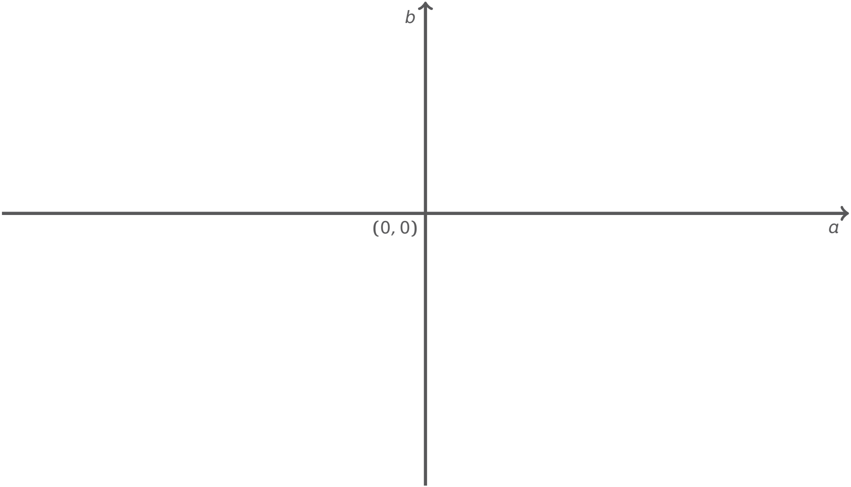
$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$

L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$

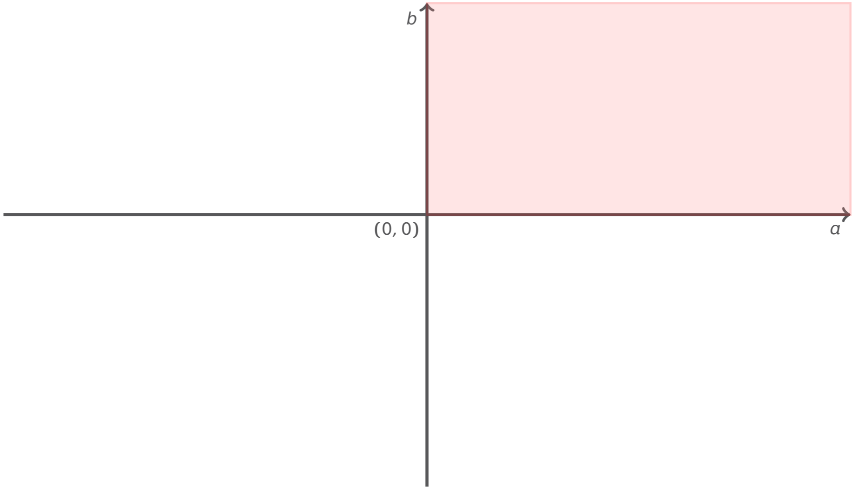
L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



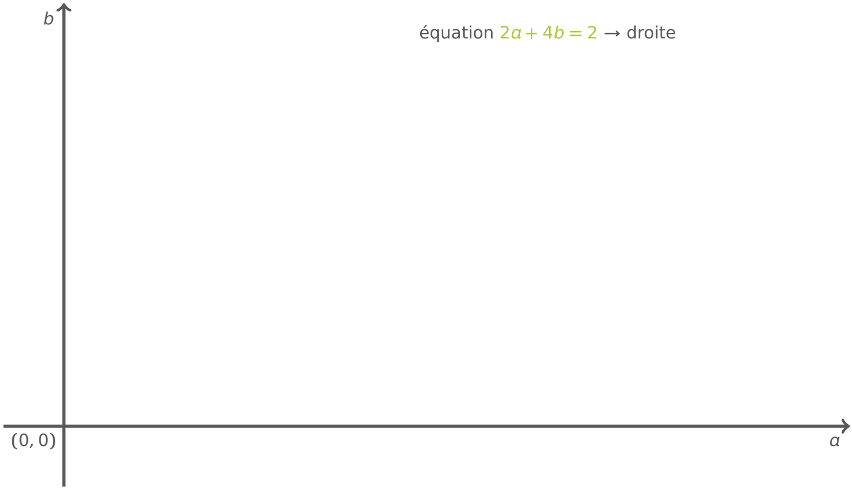
L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

L'espace de solutions, c'est le plan

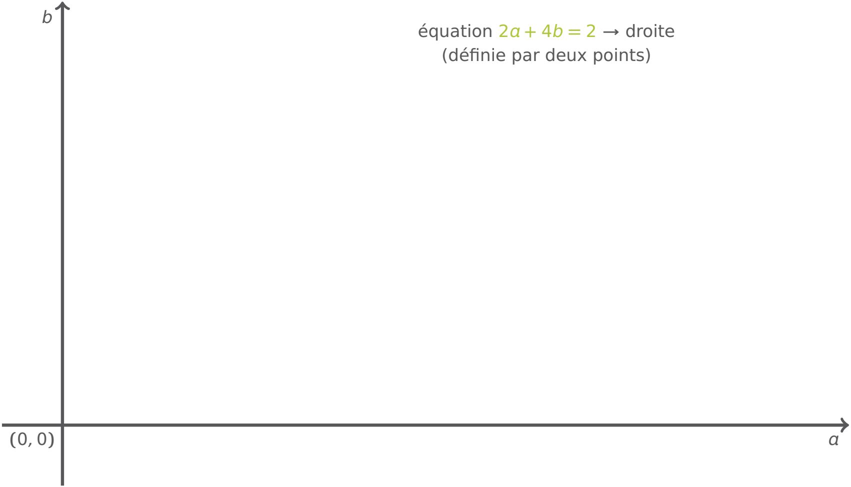
$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

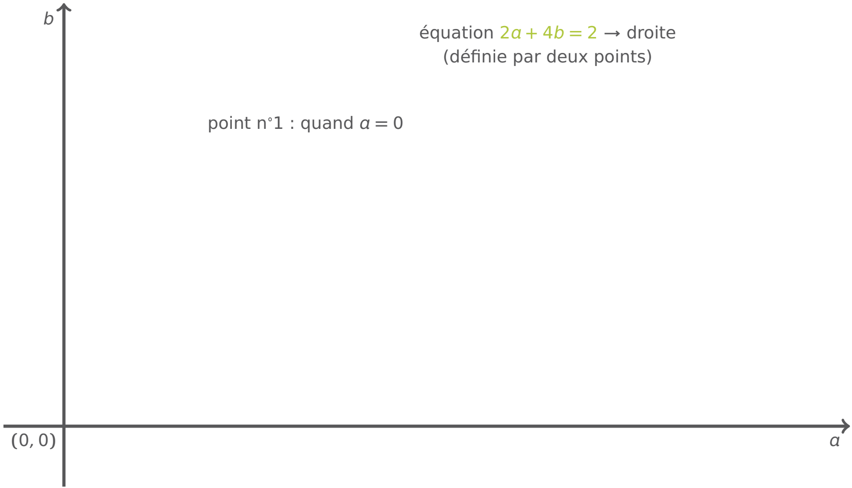


L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$

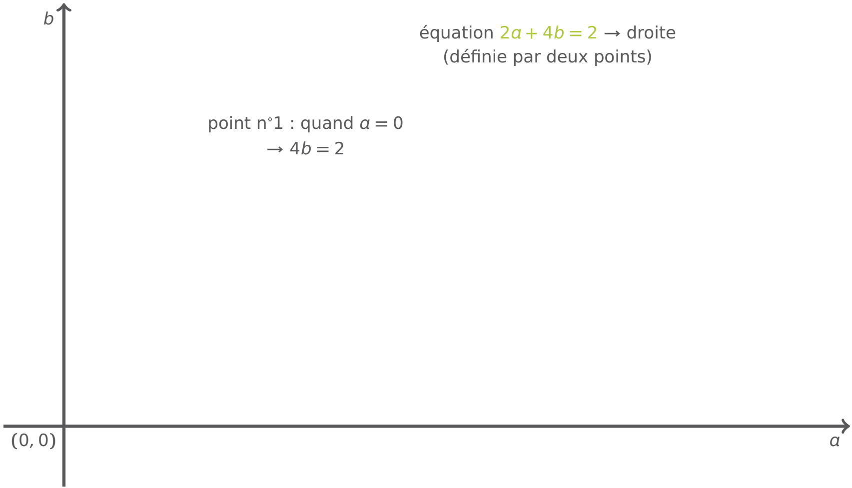


L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $4b = 2$

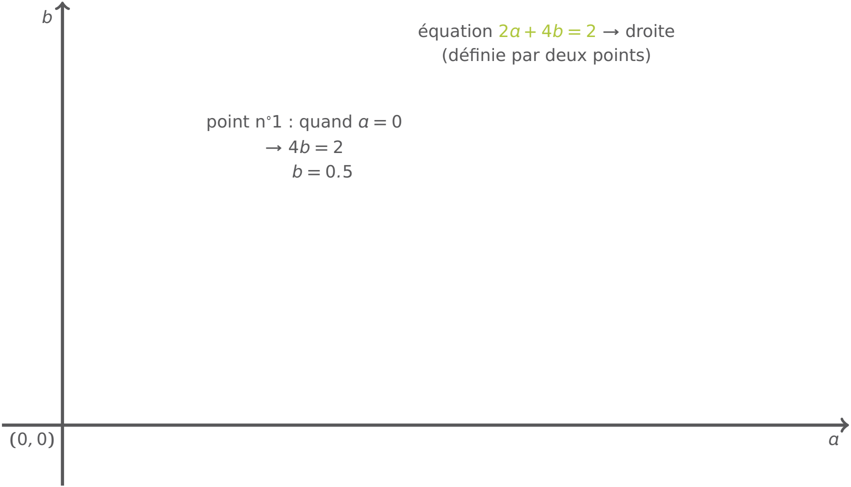


L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 4b = 2$
$b = 0.5$

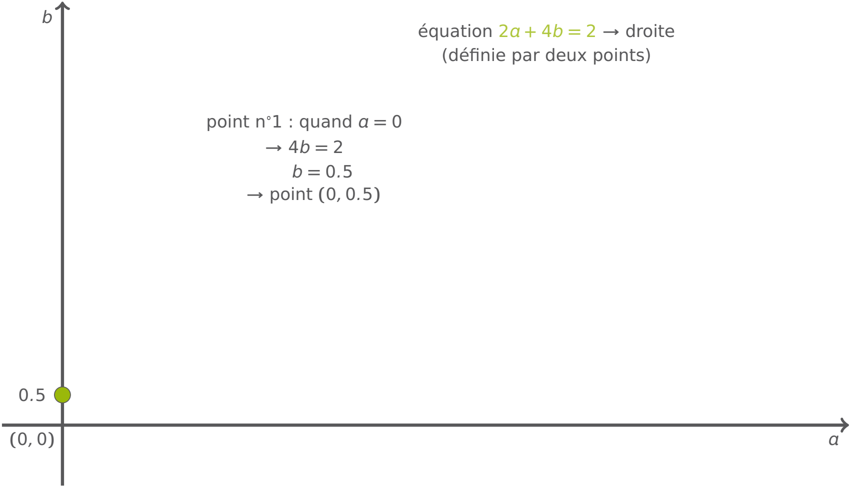


L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{llcl}
\text{minimiser :} & a + b & & \\
\text{tel que :} & 5a + 10b & \geq & 50 \\
 & 500a + 50b & \geq & 100 \\
 & 2a + 4b & \geq & 2 \\
 & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$



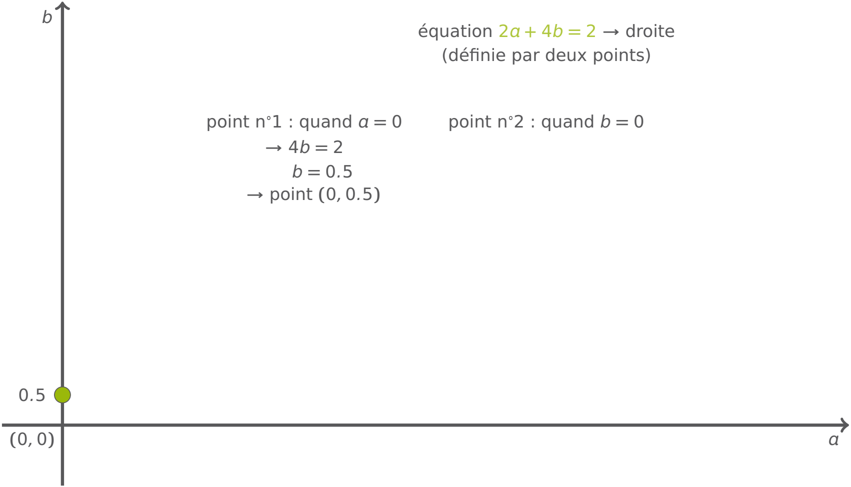
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{llrcrcl}
\text{minimiser :} & & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
& & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
& & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
& & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$

point n°2 : quand $b = 0$



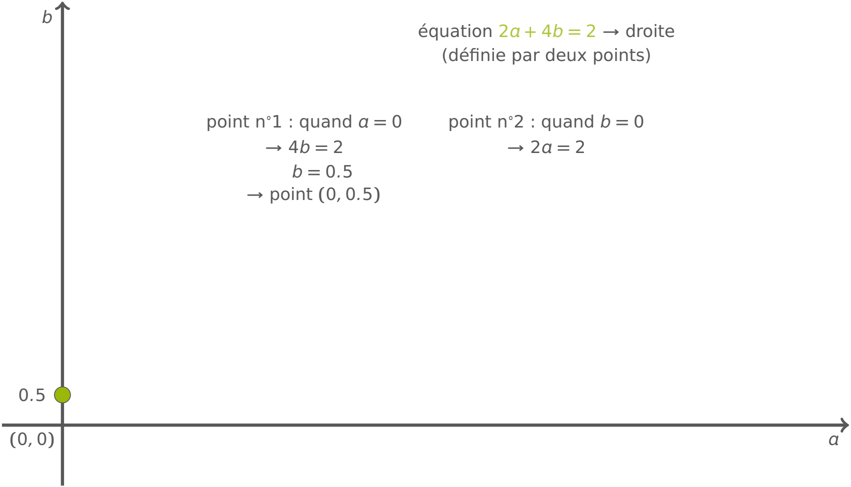
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 2a = 2$



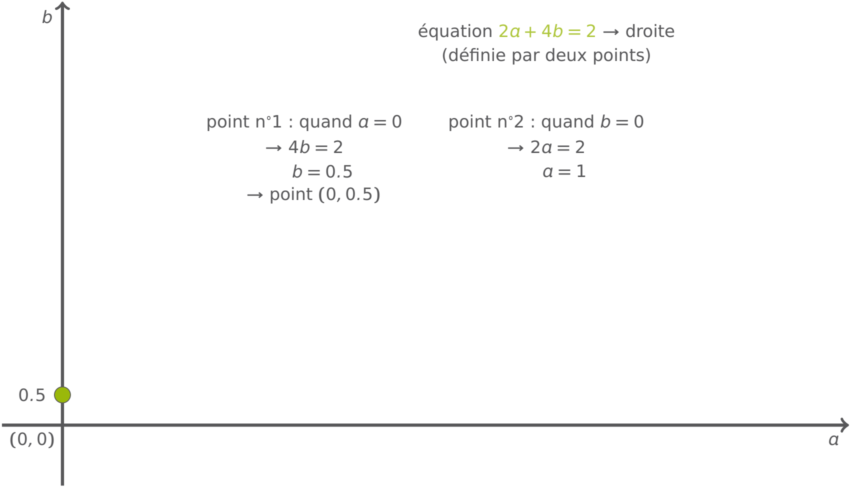
L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$

point n°2 : quand $b = 0$
→ $2a = 2$
$a = 1$



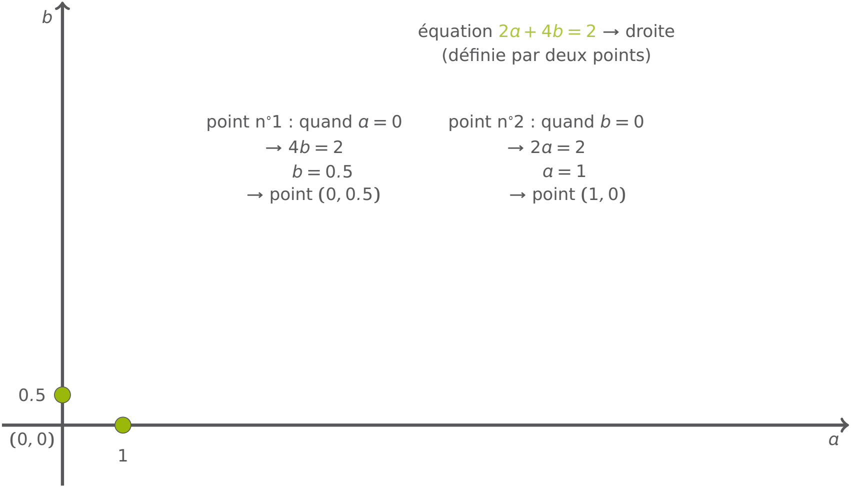
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 2a = 2$
$a = 1$
→ point $(1, 0)$



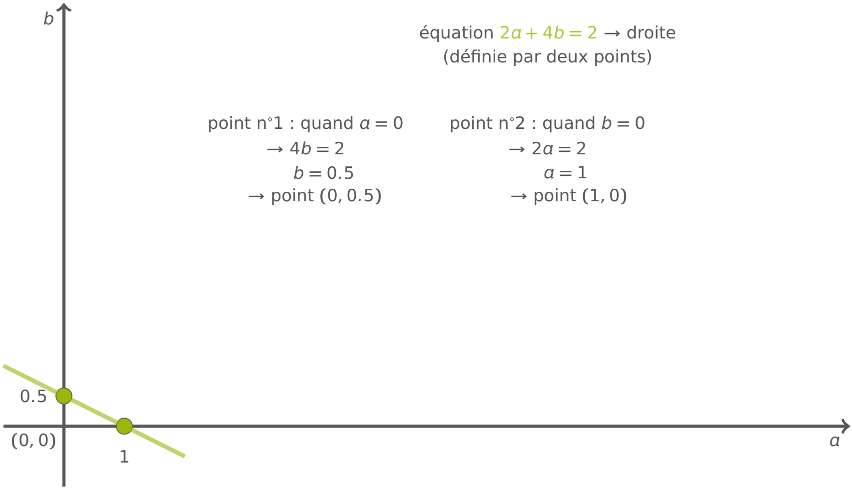
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

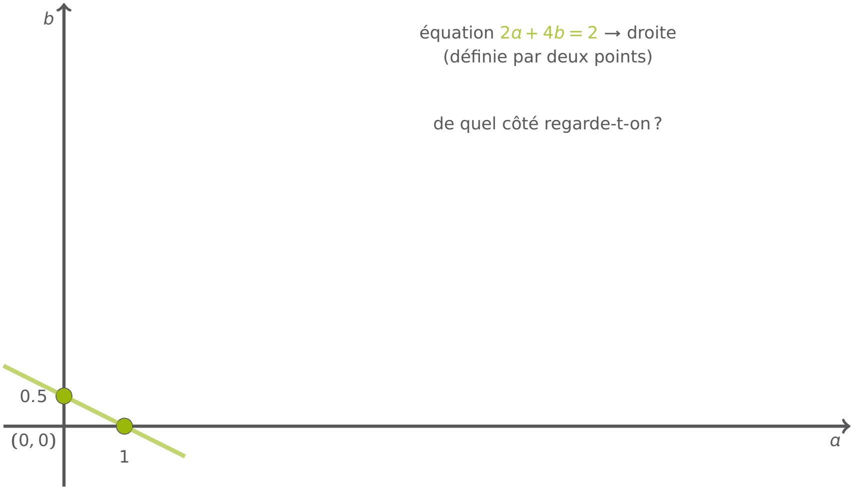
point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 4b = 2$
$b = 0.5$
→ point $(0, 0.5)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 2a = 2$
$a = 1$
→ point $(1, 0)$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$

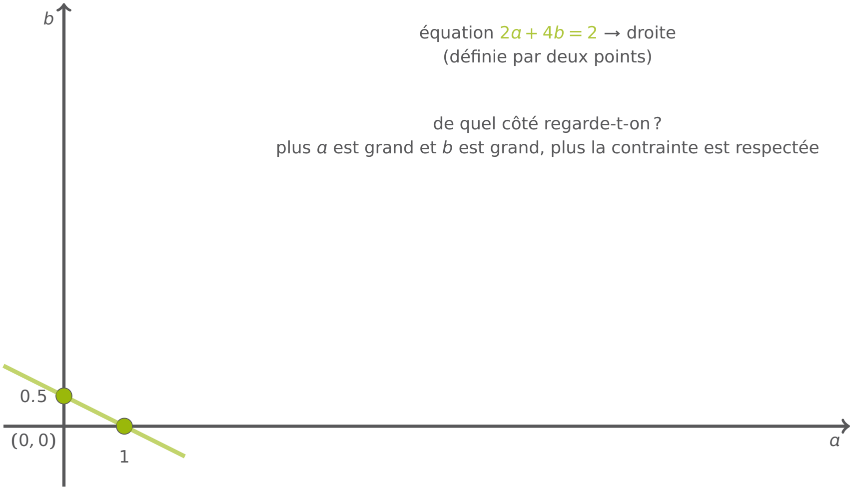


équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcccl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$

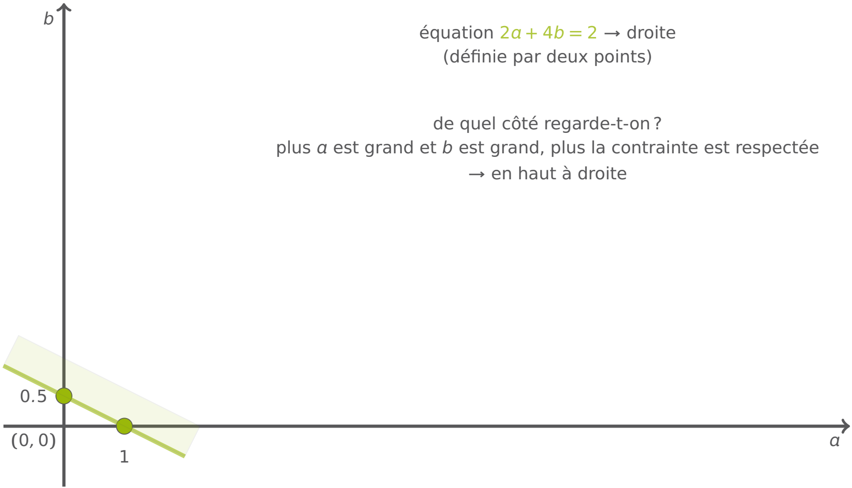


équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$



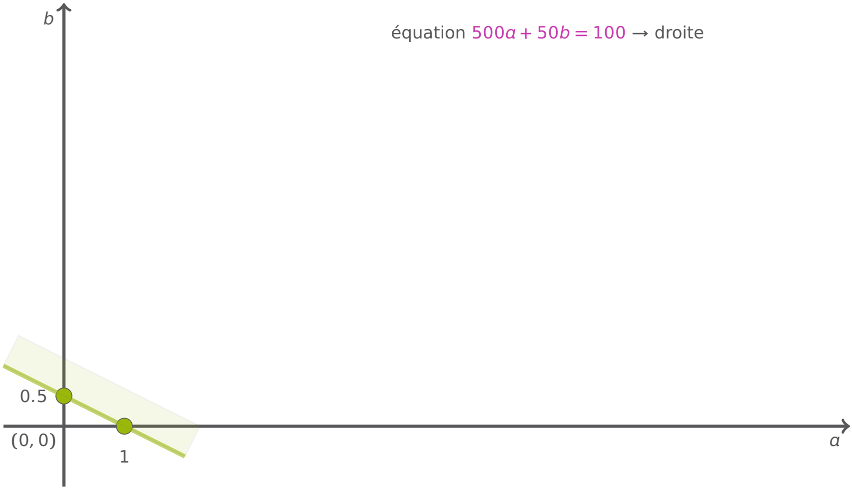
équation $2a + 4b = 2$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée
→ en haut à droite

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcllcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

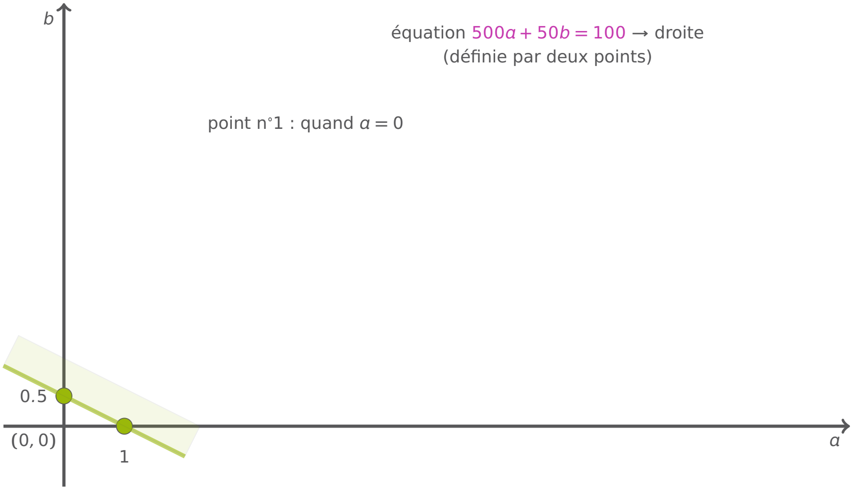
équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$



L'espace de solutions, c'est le plan

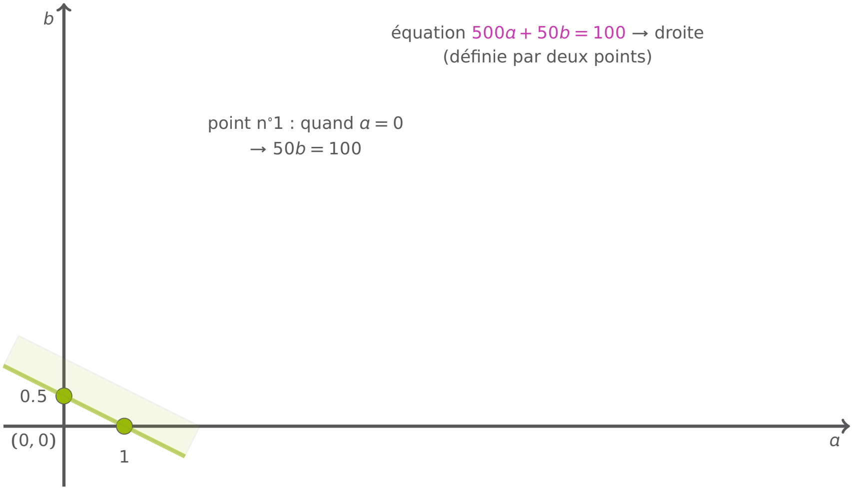
minimiser : $a + b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $50b = 100$

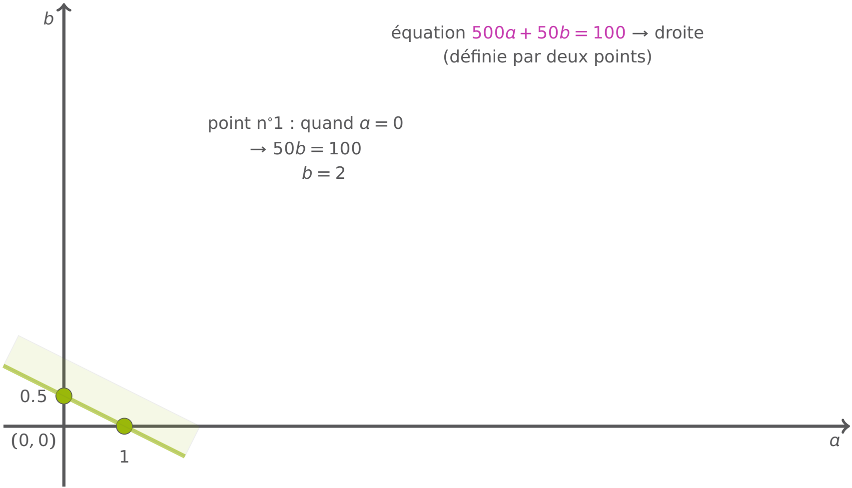


L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 50b = 100$
$b = 2$

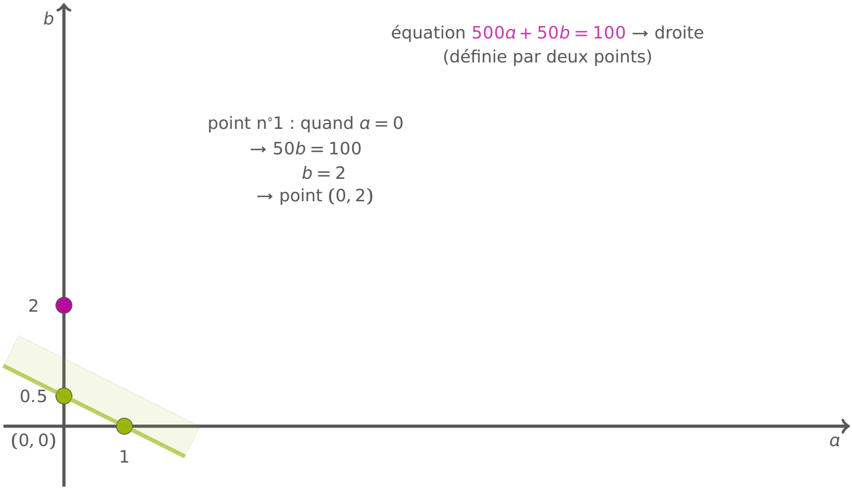


L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{llrcrcl}
\text{minimiser :} & & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
& & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
& & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
& & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

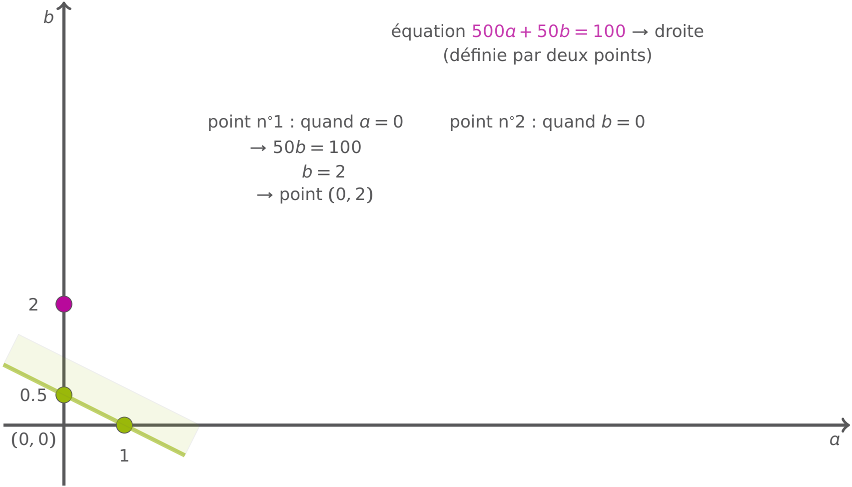
équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 50b = 100$
$b = 2$
$\rightarrow$ point $(0, 2)$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $50b = 100$
$b = 2$
→ point $(0, 2)$

point n°2 : quand $b = 0$

L'espace de solutions, c'est le plan

minimiser : $a + b$

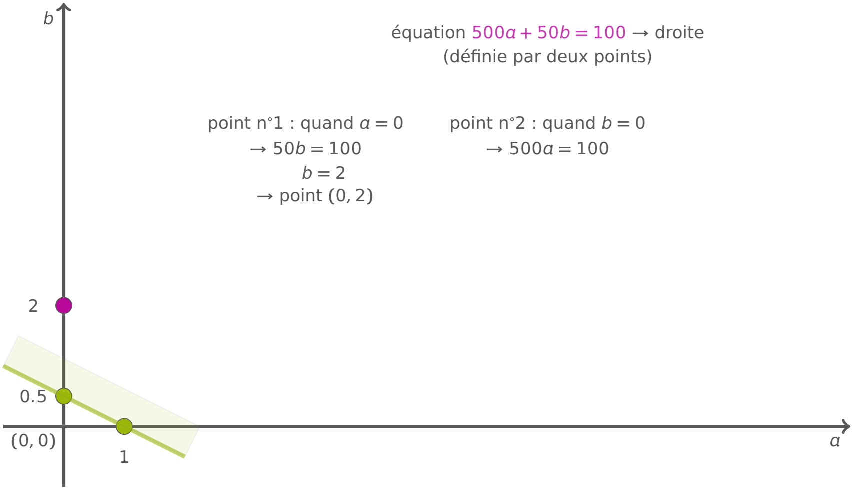
tel que :

$$\begin{aligned} 5a + 10b &\geq 50 \\ 500a + 50b &\geq 100 \\ 2a + 4b &\geq 2 \\ a, b &\geq 0 \end{aligned}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $50b = 100$
$b = 2$
→ point $(0, 2)$

point n°2 : quand $b = 0$
→ $500a = 100$



L'espace de solutions, c'est le plan

minimiser : $a + b$

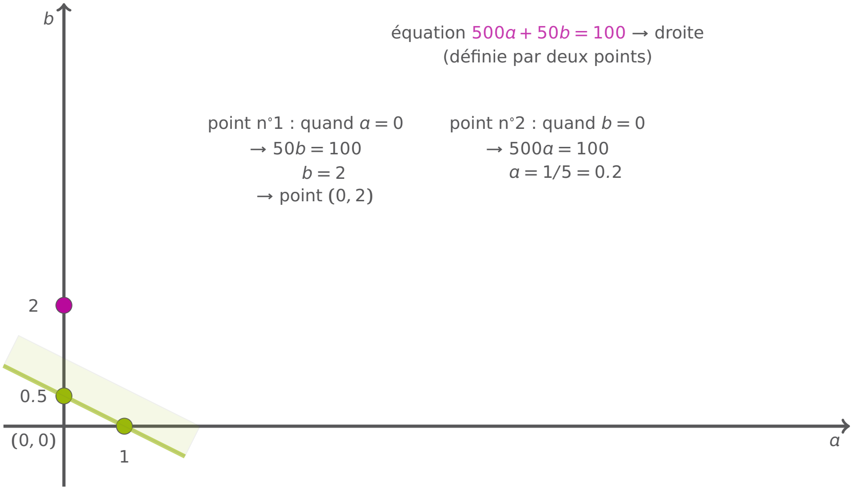
tel que :

$$\begin{aligned} 5a + 10b &\geq 50 \\ 500a + 50b &\geq 100 \\ 2a + 4b &\geq 2 \\ a, b &\geq 0 \end{aligned}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 50b = 100$
$b = 2$
→ point $(0, 2)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 500a = 100$
$a = 1/5 = 0.2$



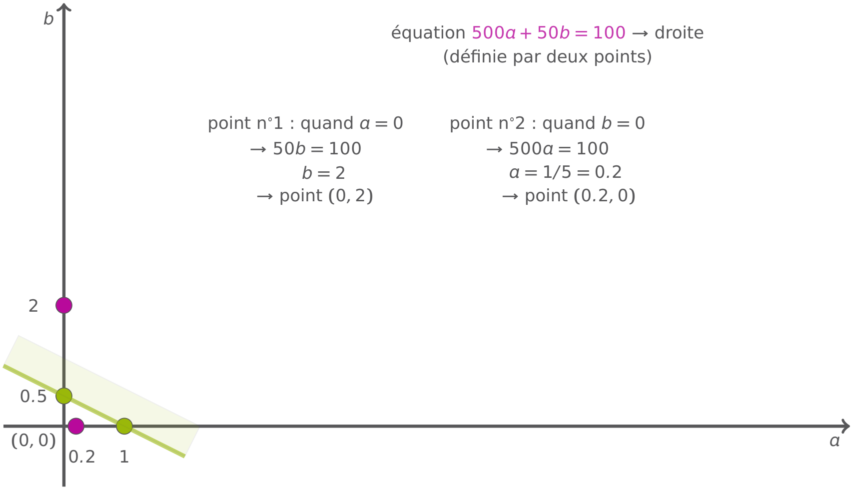
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 50b = 100$
$b = 2$
→ point $(0, 2)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 500a = 100$
$a = 1/5 = 0.2$
→ point $(0.2, 0)$



L'espace de solutions, c'est le plan

minimiser : $a + b$

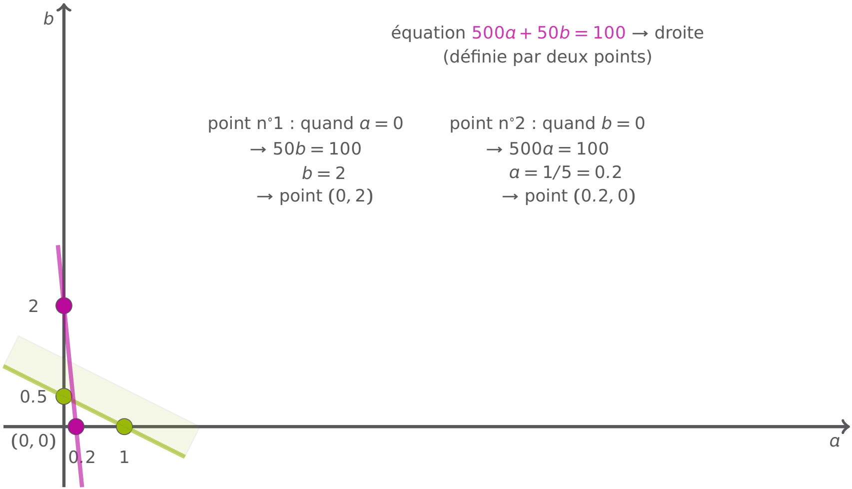
tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

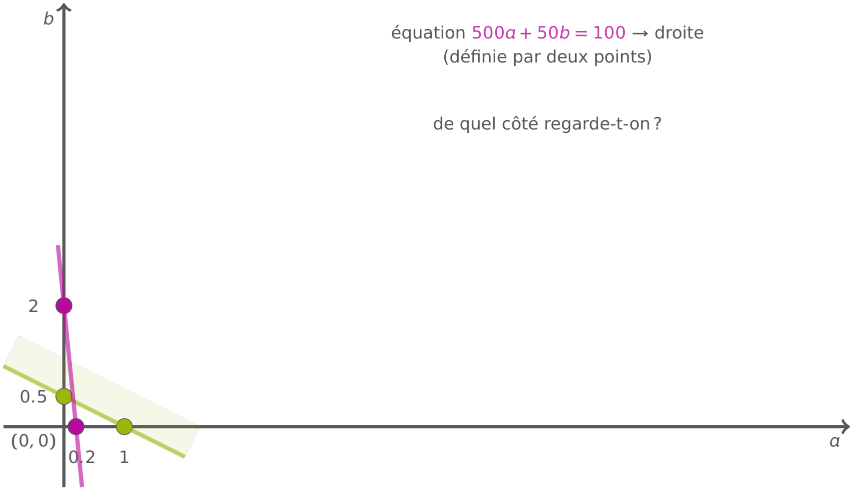
point n°1 : quand $a = 0$
→ $50b = 100$
$b = 2$
→ point $(0, 2)$

point n°2 : quand $b = 0$
→ $500a = 100$
$a = 1/5 = 0.2$
→ point $(0.2, 0)$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

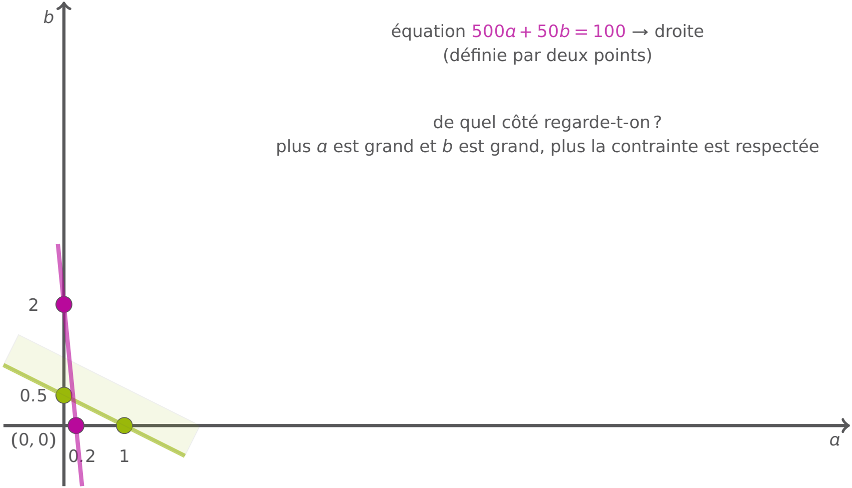


équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?

L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{llcccccl}
\text{minimiser :} & & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
& & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
& & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
& & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$



équation $500a + 50b = 100$ → droite

(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?

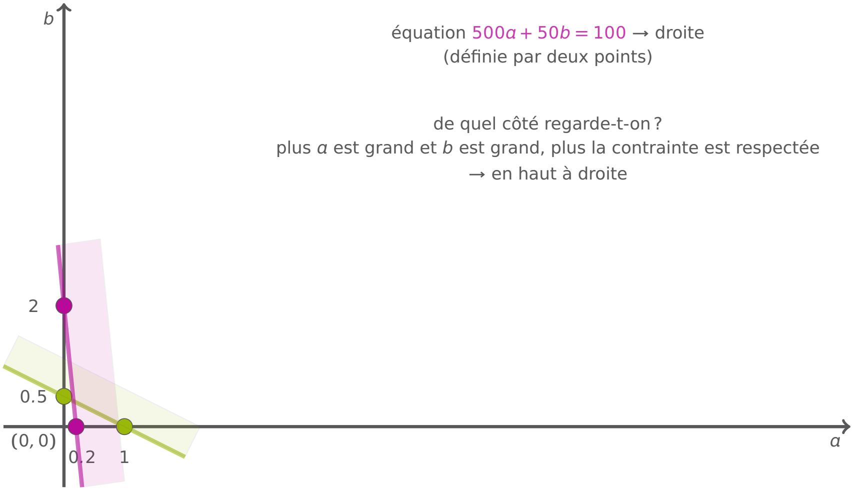
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée

L’espace de solutions, c’est le plan

minimiser : $a + b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



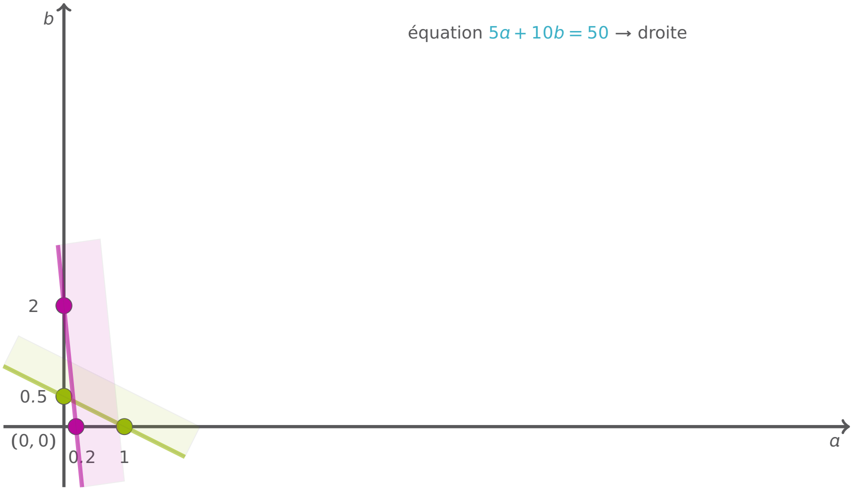
équation $500a + 50b = 100$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée
→ en haut à droite

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcccl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite



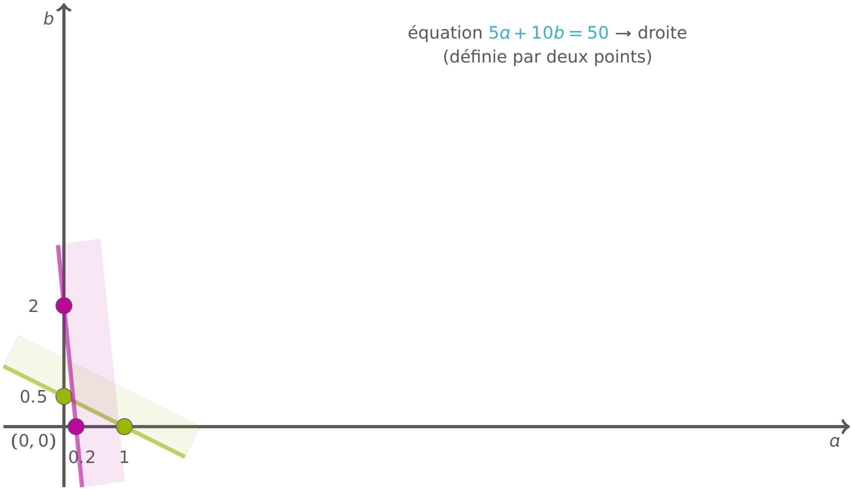
L'espace de solutions, c'est le plan

minimiser : $a + b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

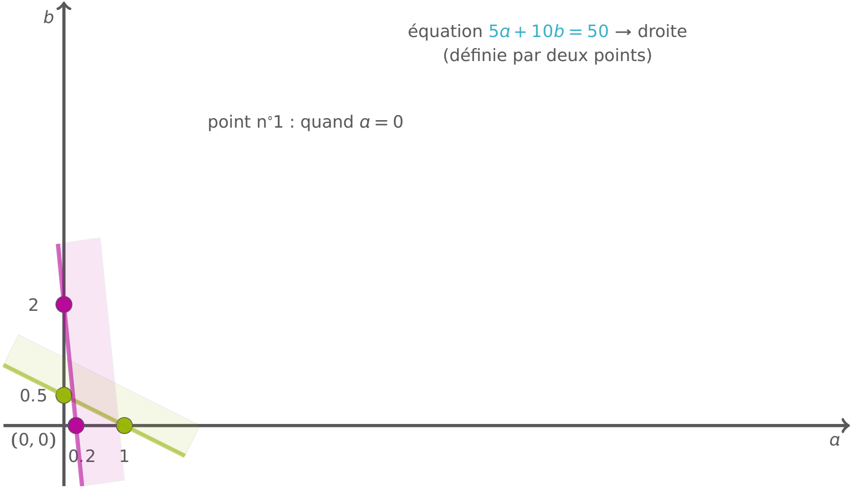


L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcrcr} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$



L'espace de solutions, c'est le plan

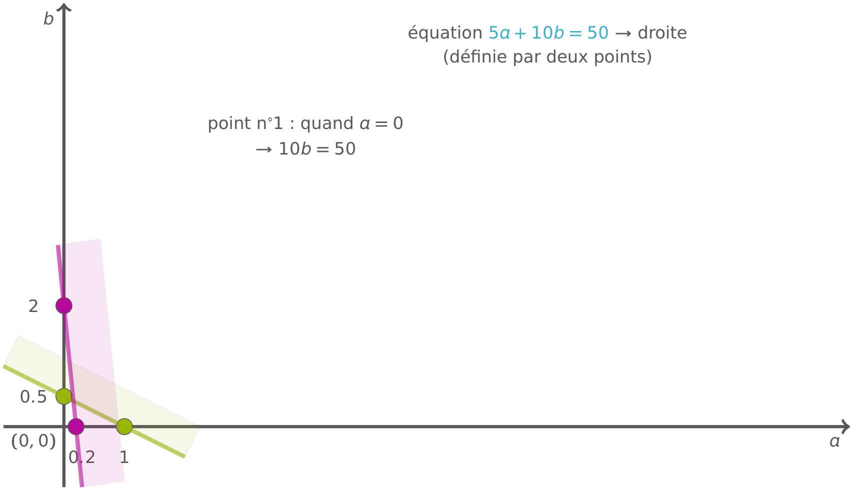
minimiser : $a + b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $10b = 50$

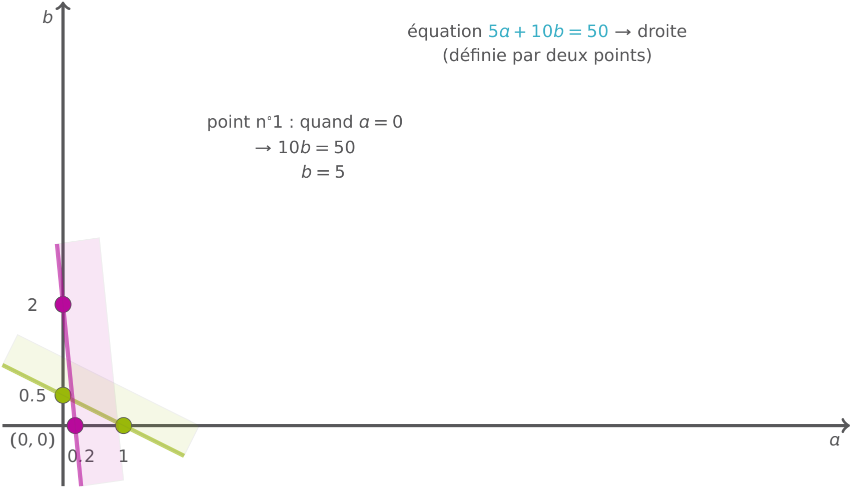


L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & a, b & & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 50$
$b = 5$

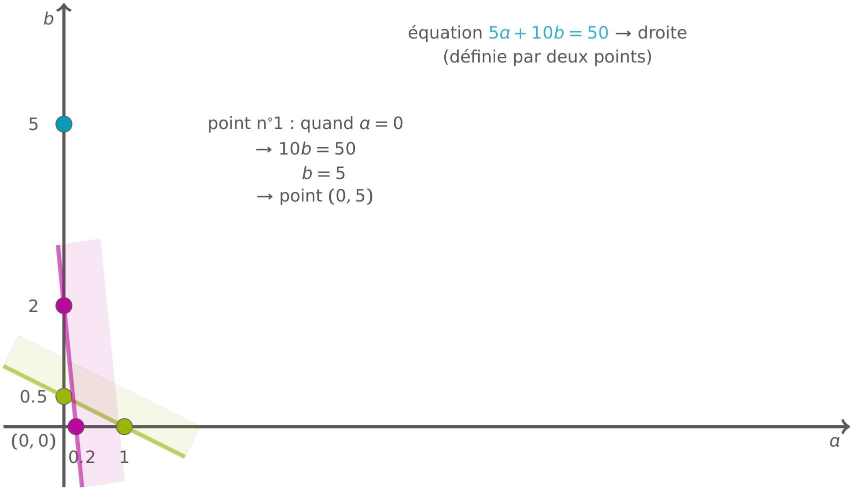


L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcll} \text{minimiser :} & a & + & b & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq 2 \\ & & a, b & & \geq 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 50$
$b = 5$
→ point $(0, 5)$



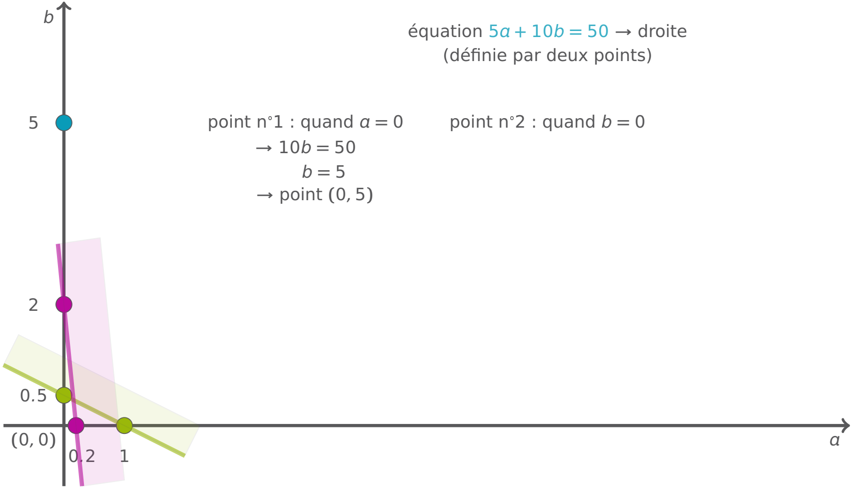
L'espace de solutions, c'est le plan

minimiser :	a	+	b		
tel que :	$5a$	+	$10b$	$\geq$	50
	$500a$	+	$50b$	$\geq$	100
	$2a$	+	$4b$	$\geq$	2
			a, b	$\geq$	0

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

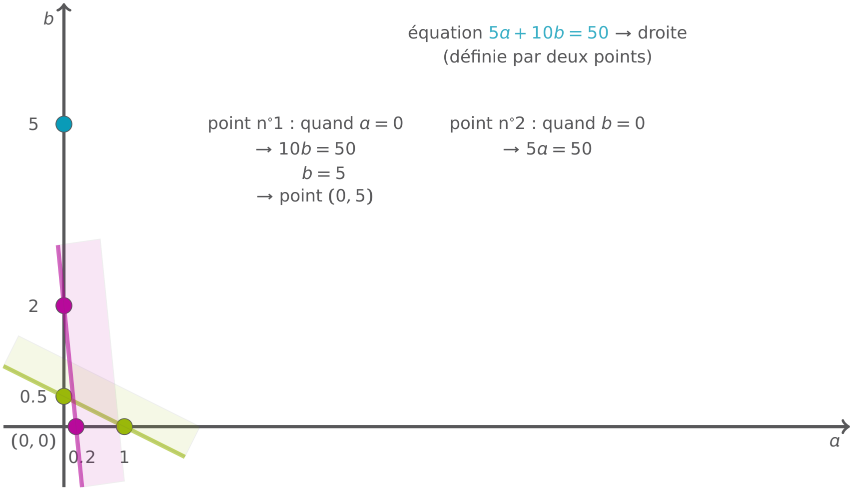
point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 50$
$b = 5$
→ point $(0, 5)$

point n°2 : quand $b = 0$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



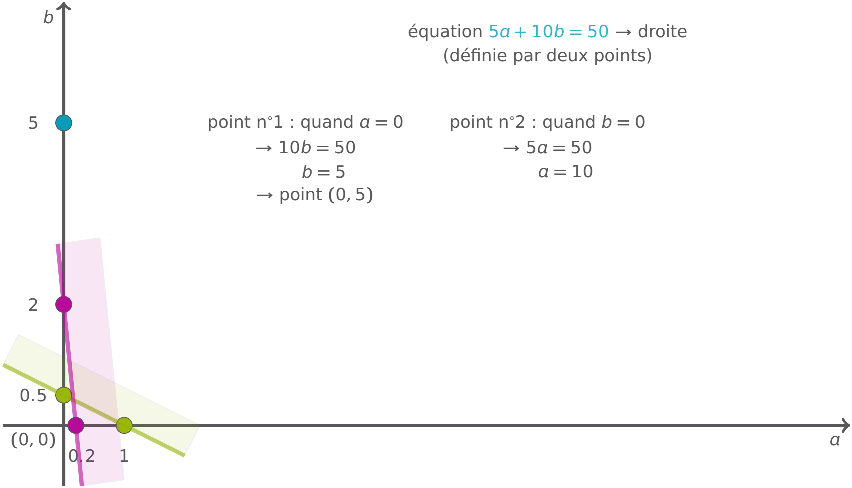
équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $10b = 50$
$b = 5$
→ point $(0, 5)$

point n°2 : quand $b = 0$
→ $5a = 50$

L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\longrightarrow 10b = 50$
$b = 5$
$\longrightarrow$ point $(0, 5)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\longrightarrow 5a = 50$
$a = 10$

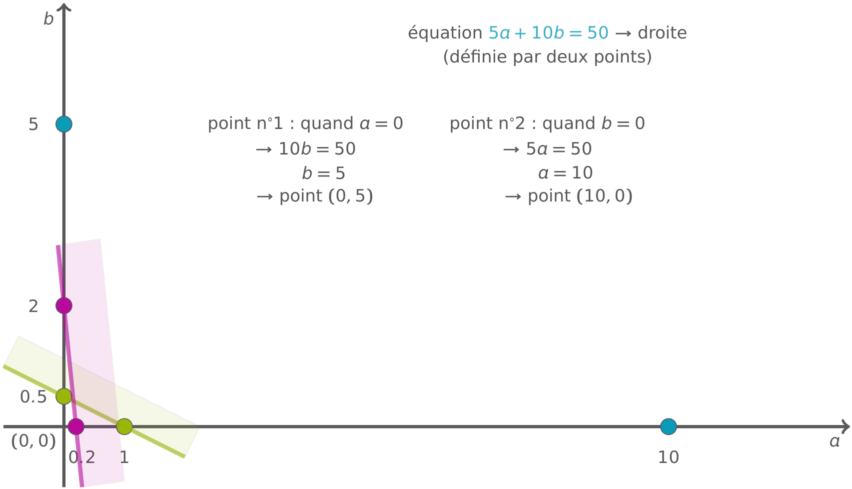
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

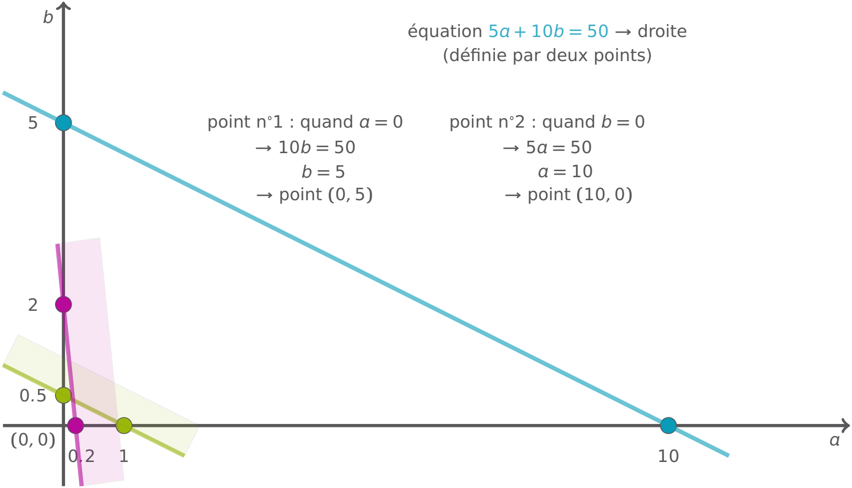
point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 50$
$b = 5$
→ point $(0, 5)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 5a = 50$
$a = 10$
→ point $(10, 0)$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcl}
\text{minimiser :} & a + b & & \\
\text{tel que :} & 5a + 10b & \geq & 50 \\
& 500a + 50b & \geq & 100 \\
& 2a + 4b & \geq & 2 \\
& a, b & \geq & 0
\end{array}$$



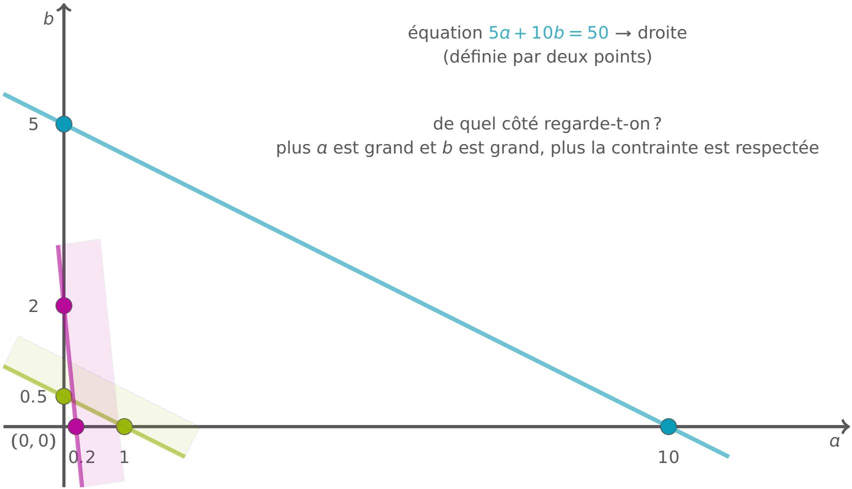
équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
→ $10b = 50$
$b = 5$
→ point $(0, 5)$

point n°2 : quand $b = 0$
→ $5a = 50$
$a = 10$
→ point $(10, 0)$

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

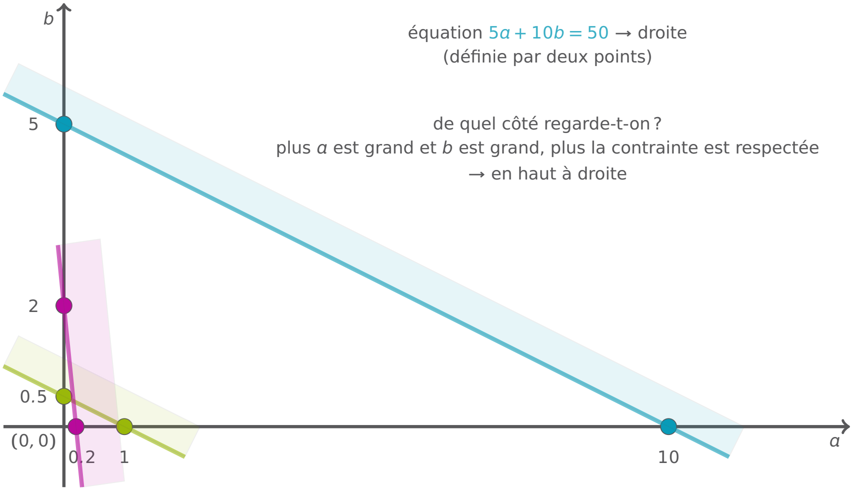


équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée

L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcll} \text{minimiser :} & a & + & b & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq 2 \\ & & a, b & & \geq 0 \end{array}$$

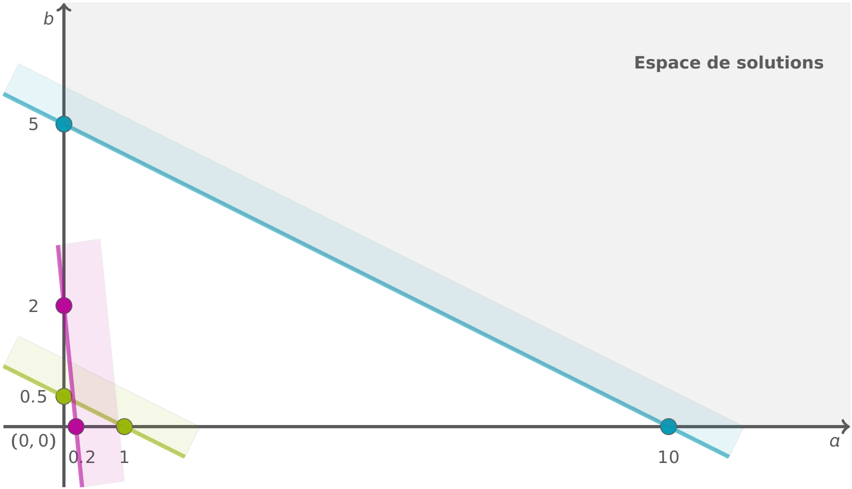


équation $5a + 10b = 50$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est grand et b est grand, plus la contrainte est respectée
→ en haut à droite

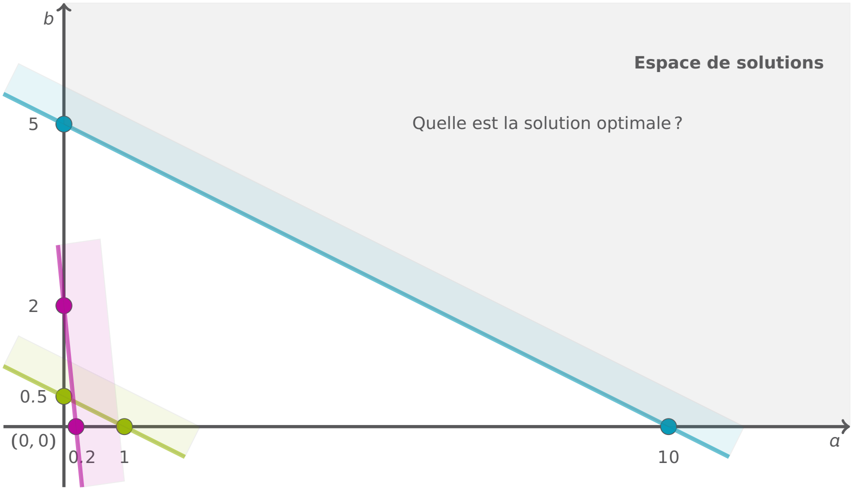
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



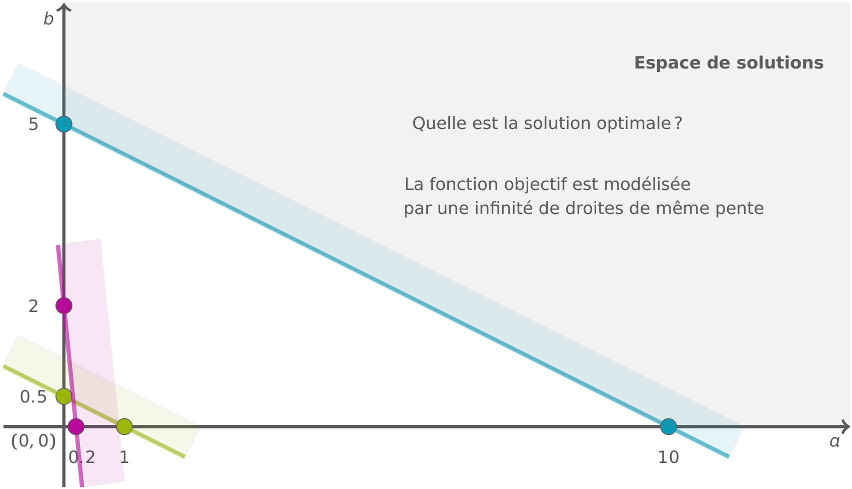
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
& 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
& 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
& & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



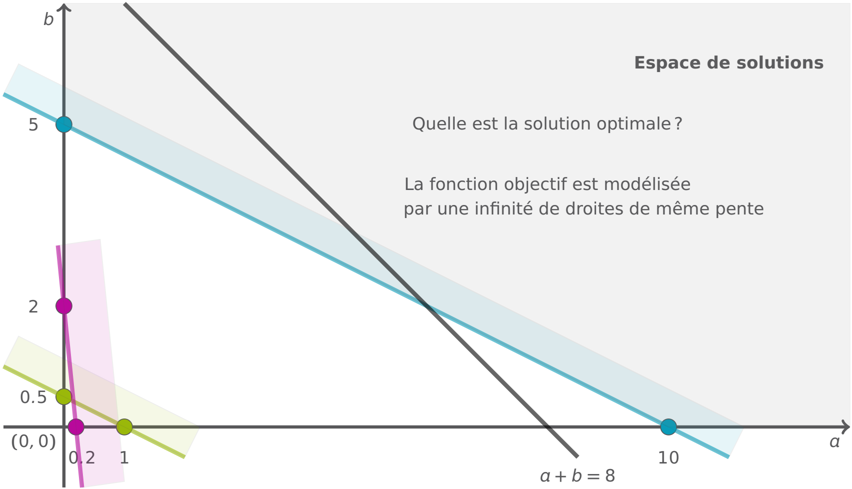
L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



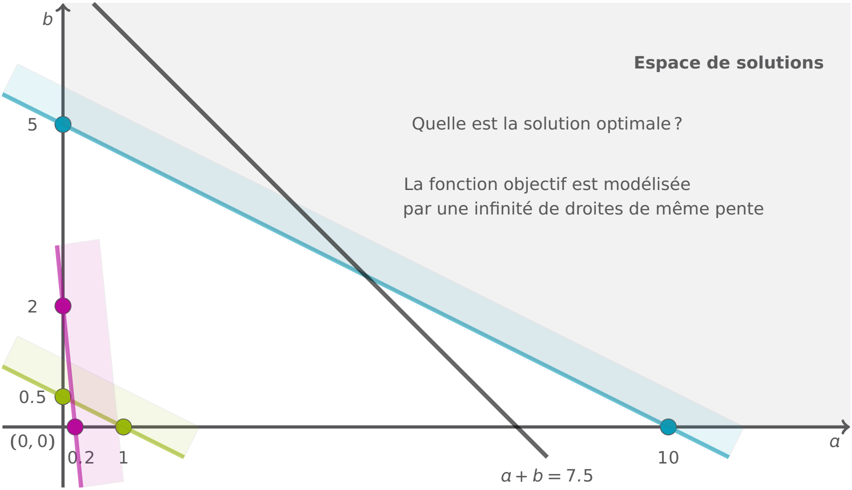
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



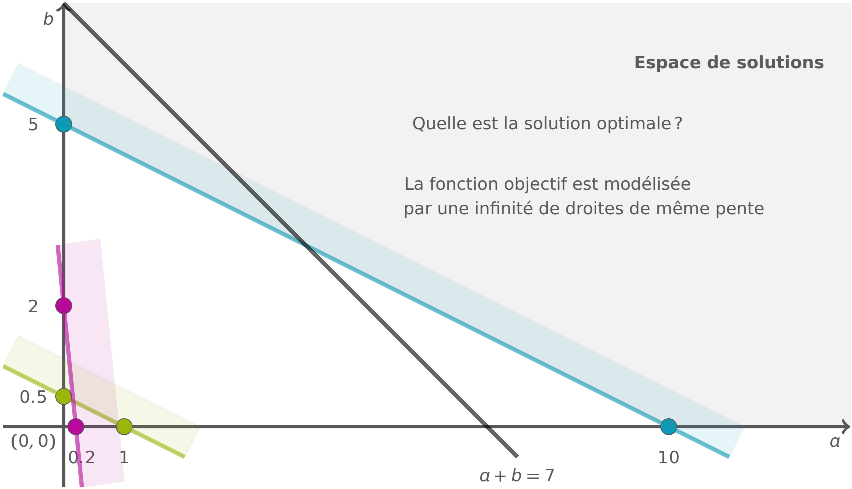
L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

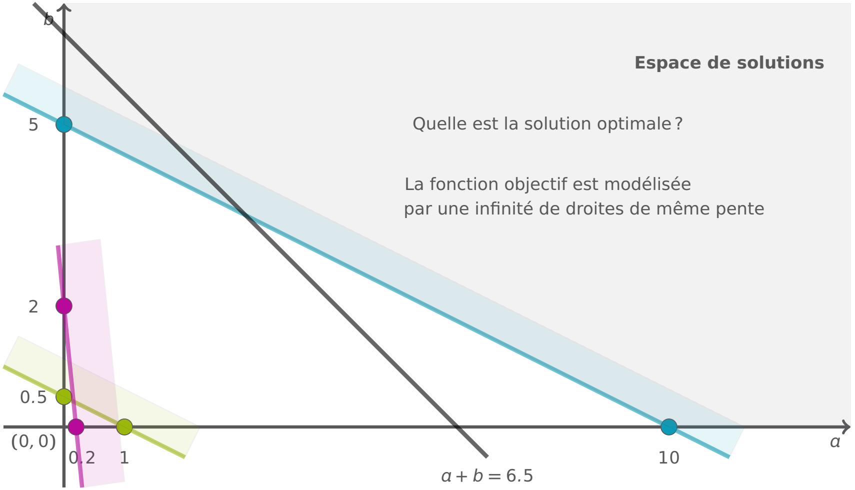


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

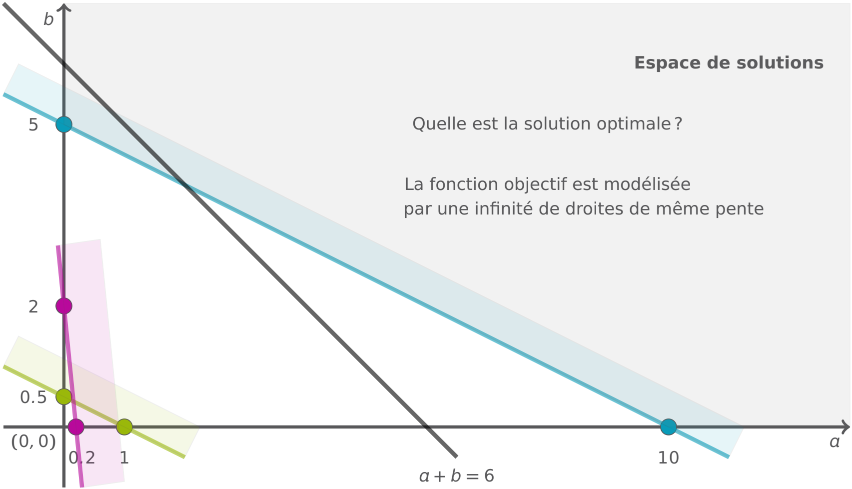
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{llcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



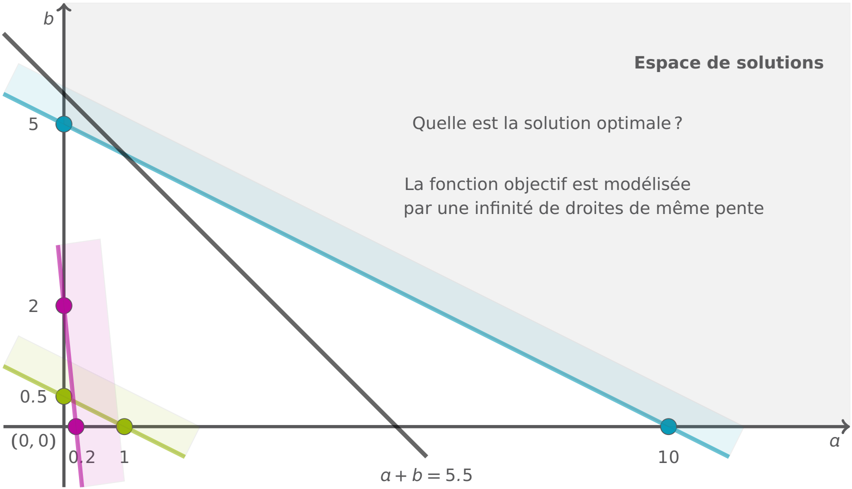
L’espace de solutions, c’est le plan

$$
\begin{array}{llcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



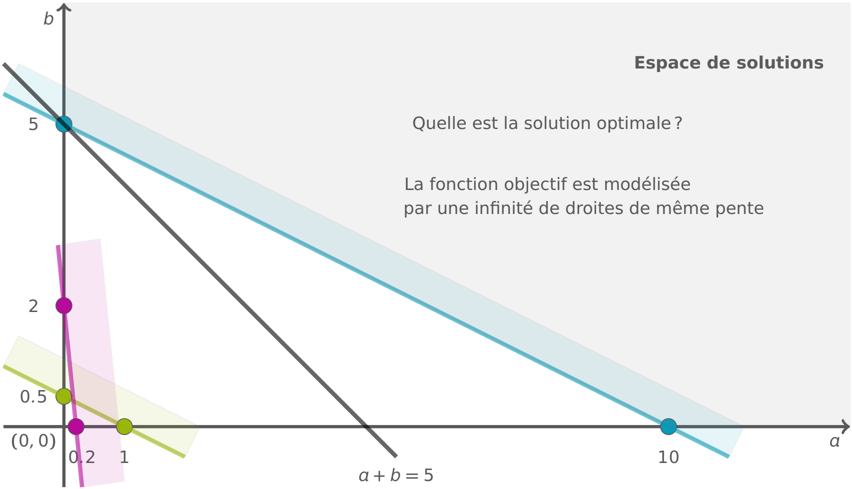
L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{llcllcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



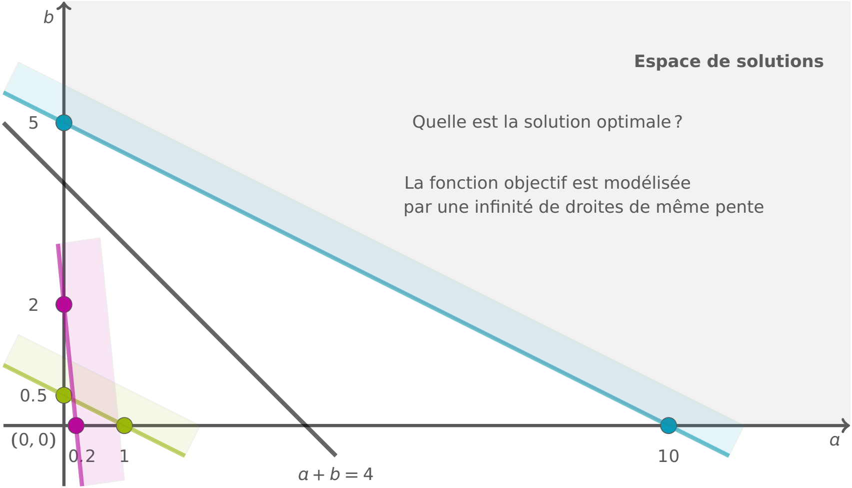
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{lrcrcl} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



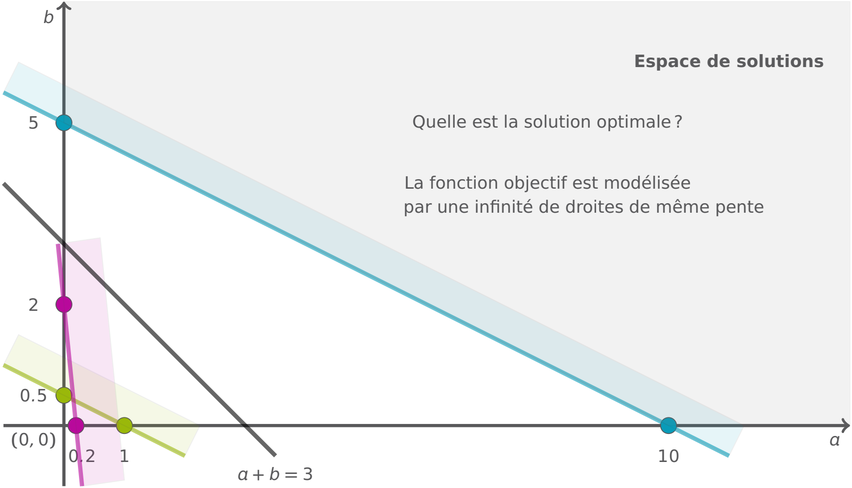
L'espace de solutions, c'est le plan

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



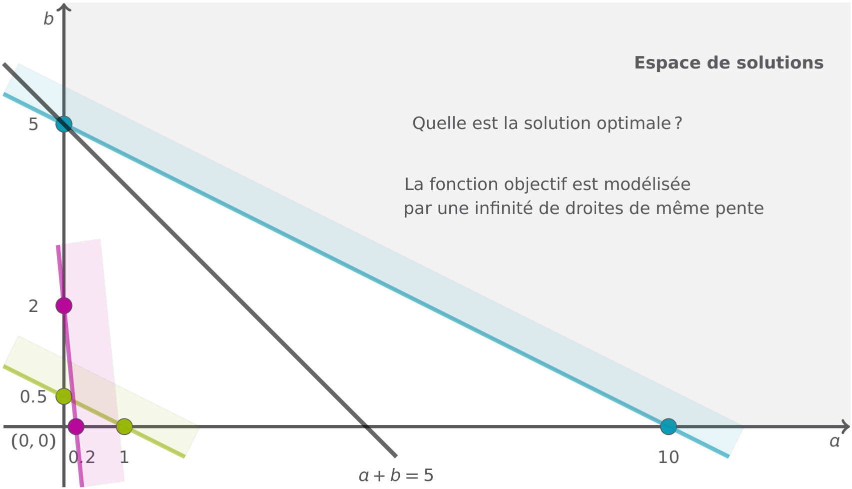
L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{llcrcl}
\text{minimiser :} & a & + & b & & \\
\text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\
 & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\
 & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$



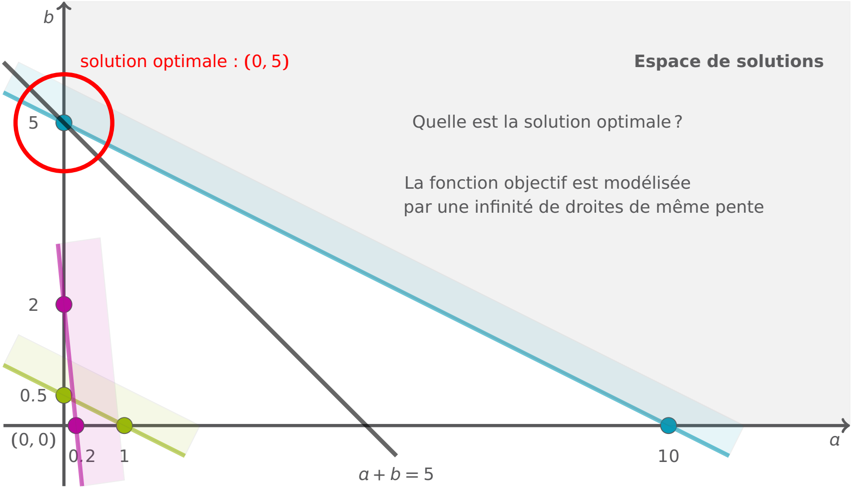
L’espace de solutions, c’est le plan

$$\begin{array}{llcl}
\text{minimiser :} & a + b & & \\
\text{tel que :} & 5a + 10b & \geq & 50 \\
 & 500a + 50b & \geq & 100 \\
 & 2a + 4b & \geq & 2 \\
 & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



L'espace de solutions, c'est le plan

$$\begin{array}{lrcrcr} \text{minimiser :} & a & + & b & & \\ \text{tel que :} & 5a & + & 10b & \geq & 50 \\ & 500a & + & 50b & \geq & 100 \\ & 2a & + & 4b & \geq & 2 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



Un deuxième exemple

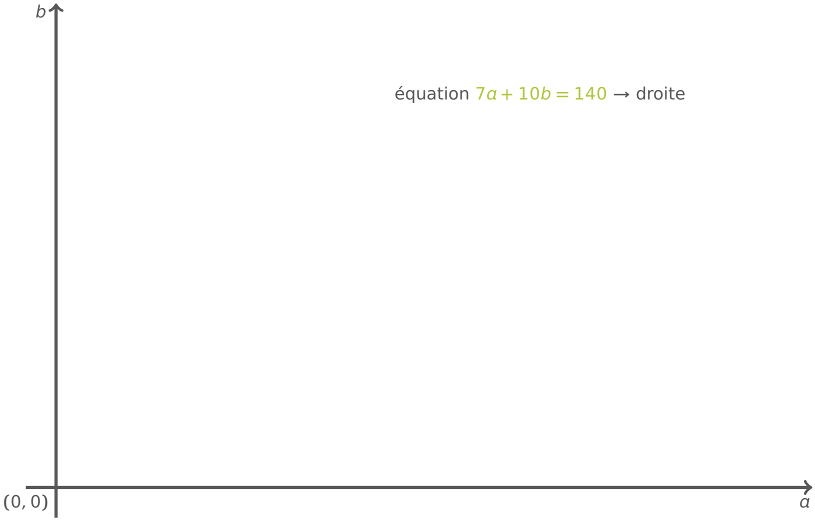
$$
\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$

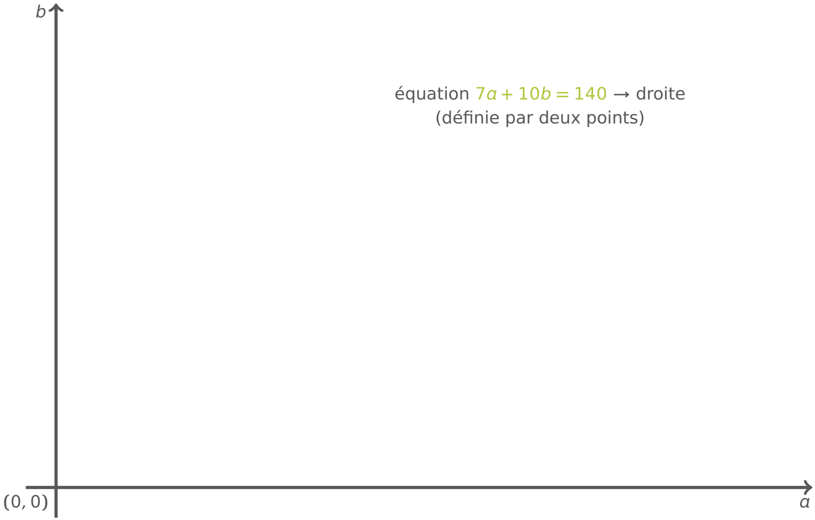
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccc}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



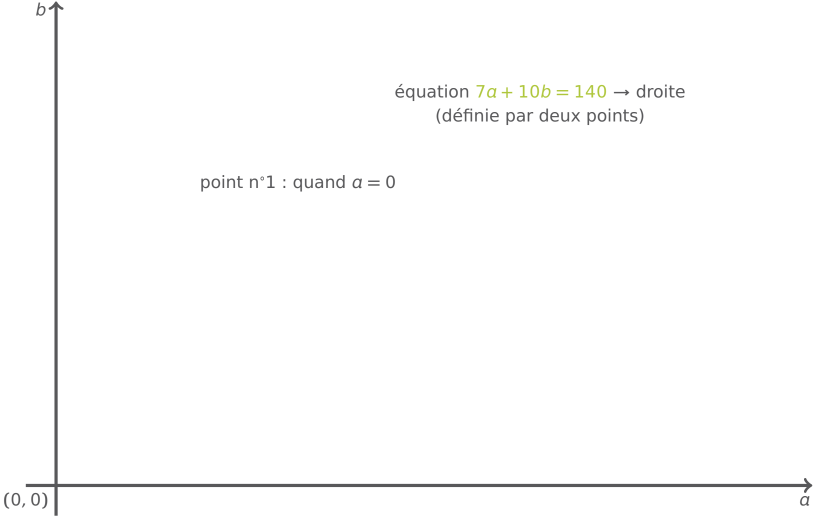
équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcccl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$

équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$

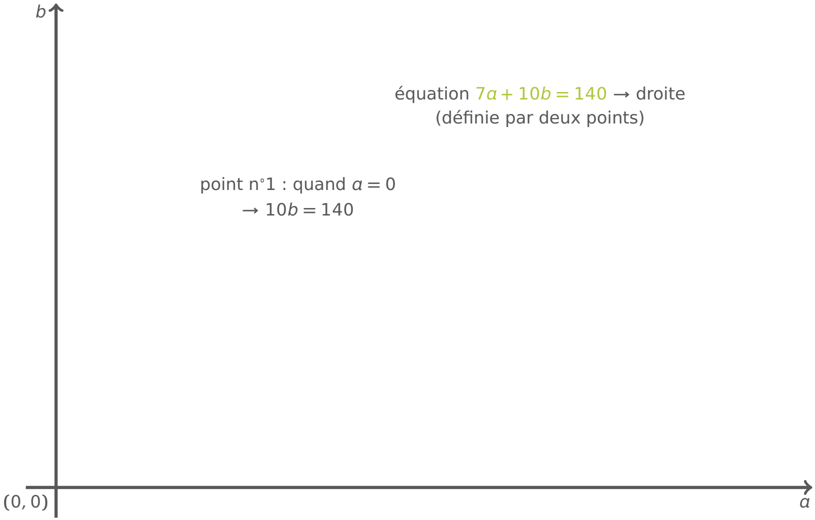


Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$\begin{aligned} 7a &+ 10b \leq 140 \\ 3a &+ 6b \leq 72 \\ & a, b \geq 0 \end{aligned}$$

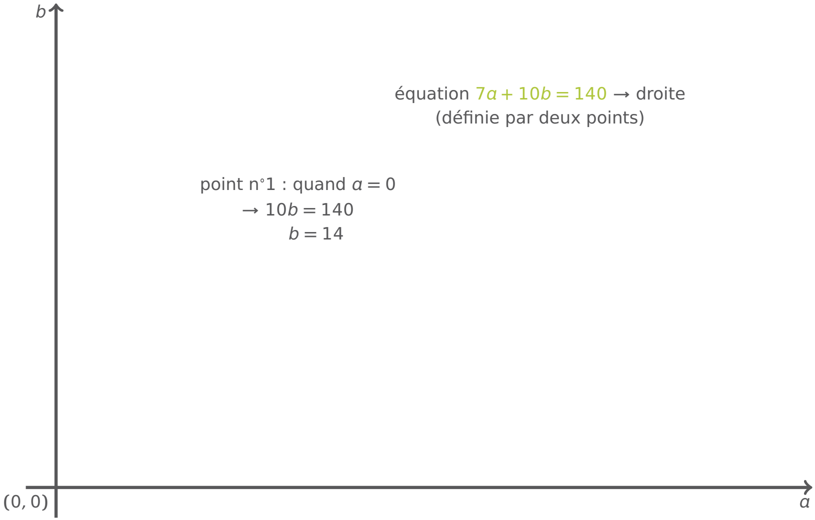


Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 140$
$b = 14$

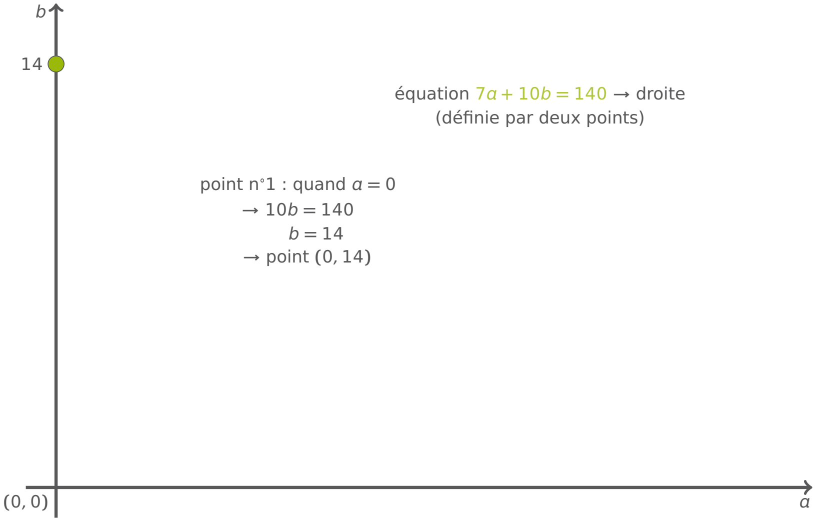


Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$\begin{aligned} 7a + 10b &\leq 140 \\ 3a + 6b &\leq 72 \\ a, b &\geq 0 \end{aligned}$$

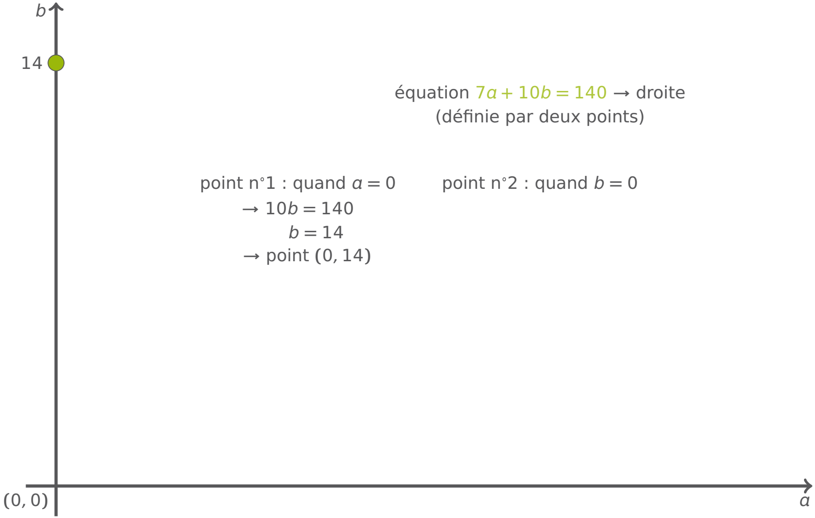


équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 140$
$b = 14$
$\rightarrow$ point $(0, 14)$

Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$



équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\to 10b = 140$
$b = 14$
$\to$ point $(0, 14)$

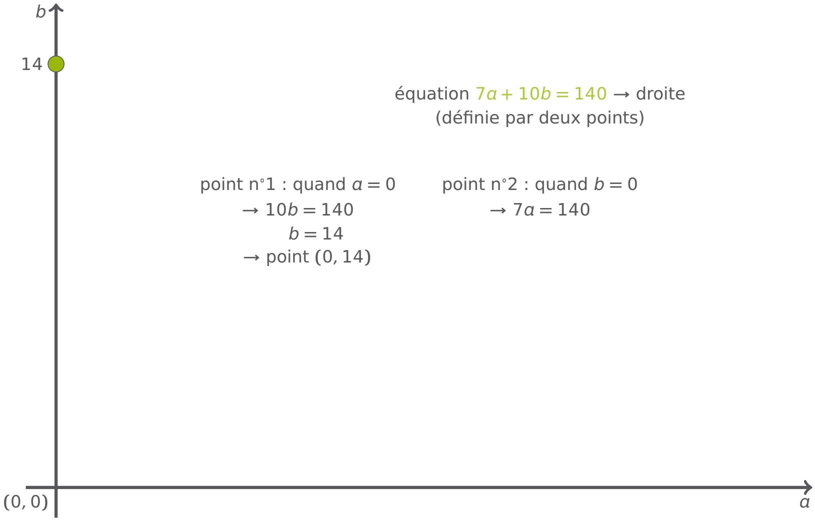
point n°2 : quand $b = 0$

Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



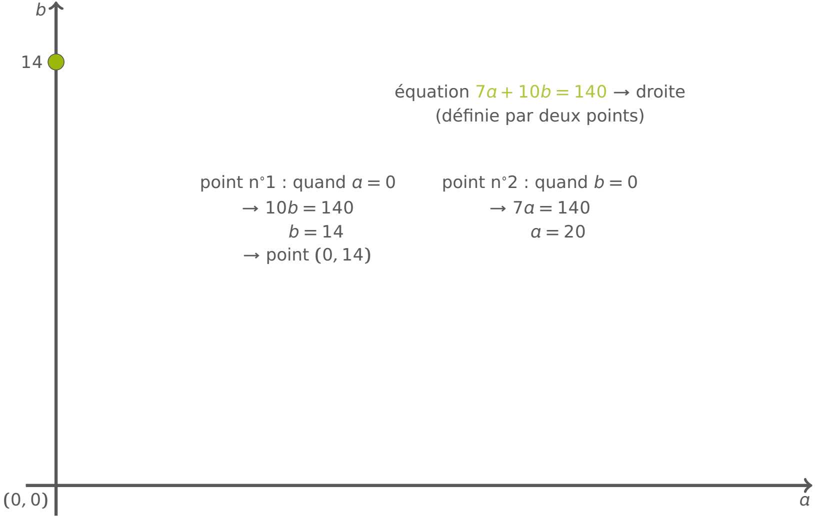
équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 140$
$b = 14$
→ point $(0, 14)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 7a = 140$

Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 140$
$b = 14$
→ point $(0, 14)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 7a = 140$
$a = 20$

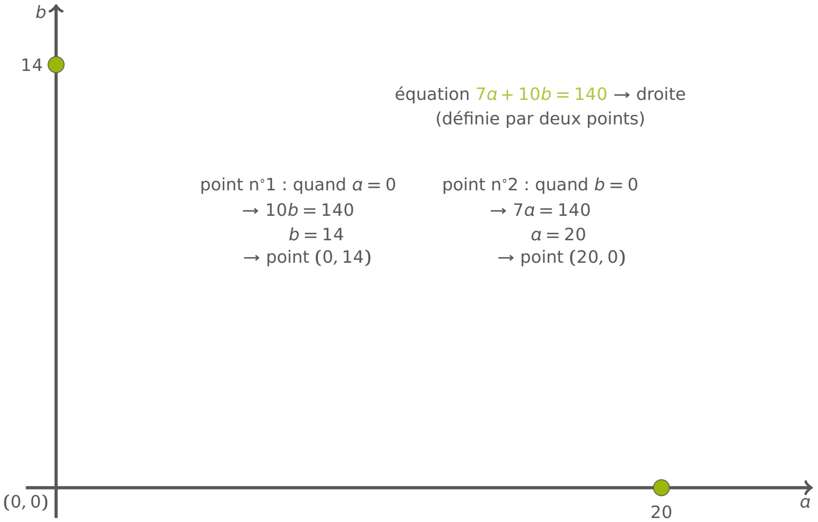
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

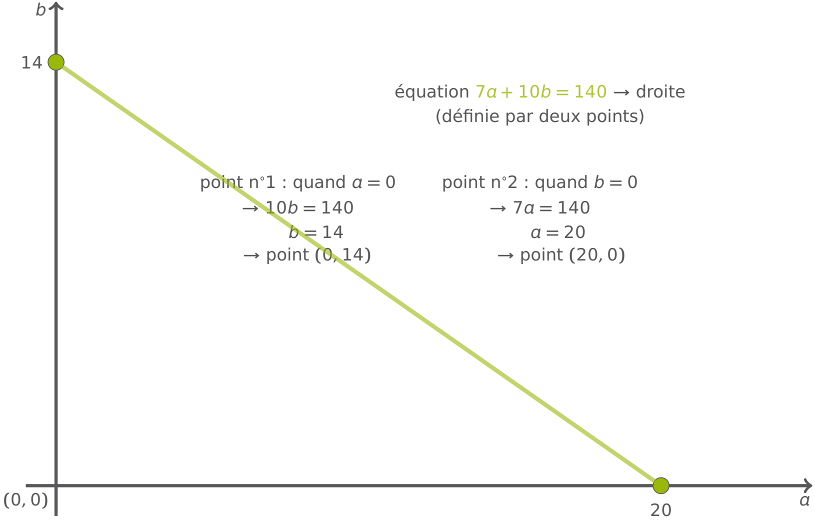
point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 10b = 140$
$b = 14$
→ point $(0, 14)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 7a = 140$
$a = 20$
→ point $(20, 0)$



Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

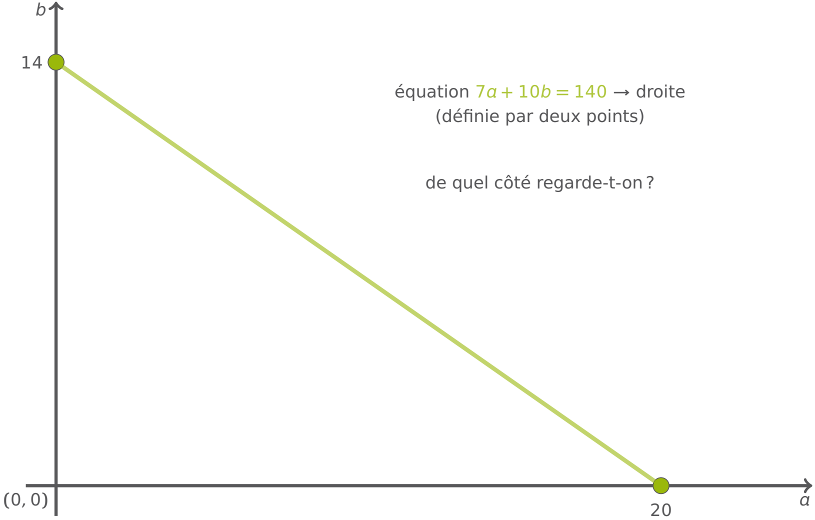


Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$\begin{aligned} 7a + 10b &\leq 140 \\ 3a + 6b &\leq 72 \\ a, b &\geq 0 \end{aligned}$$

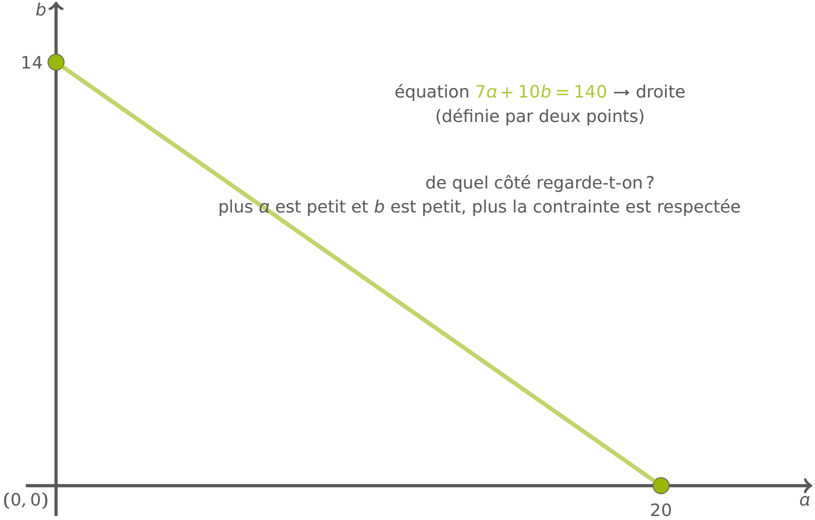


équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

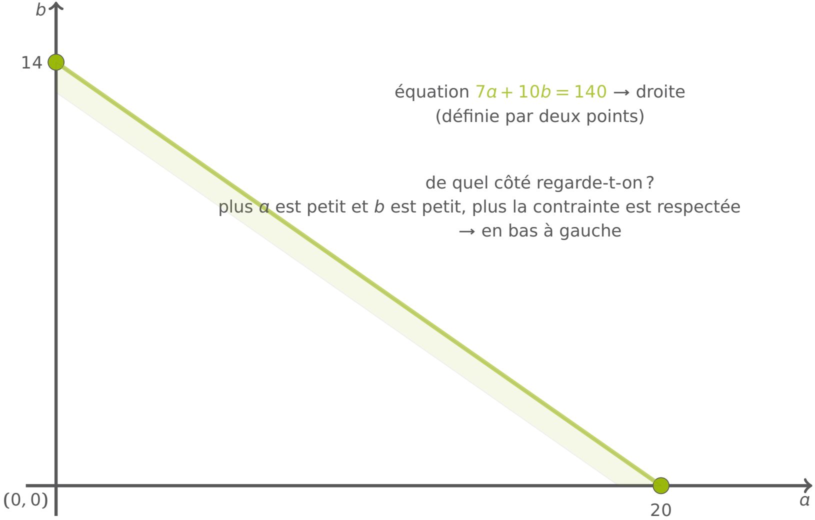


équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est petit et b est petit, plus la contrainte est respectée

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}$$



équation $7a + 10b = 140$ → droite
(définie par deux points)

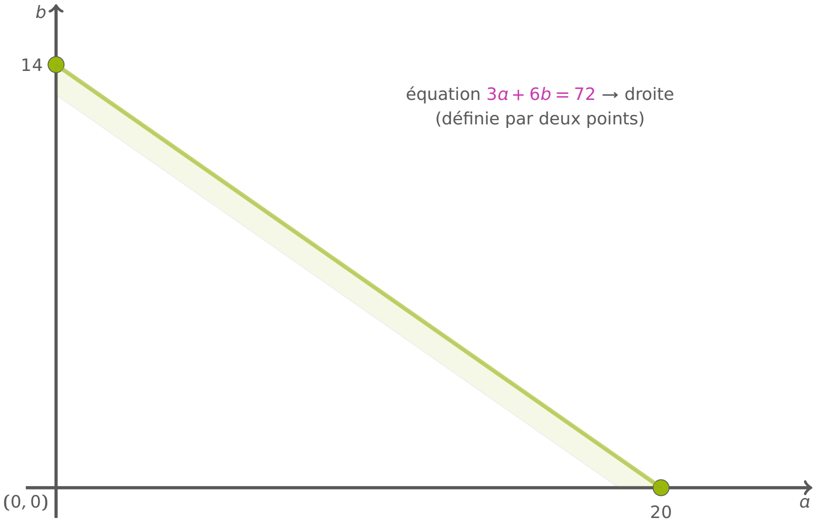
de quel côté regarde-t-on ?
plus a est petit et b est petit, plus la contrainte est respectée
→ en bas à gauche

Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$

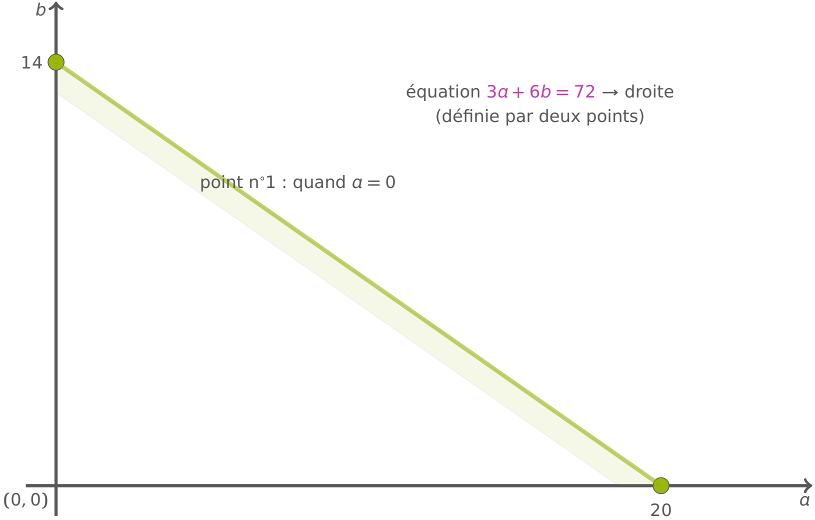
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



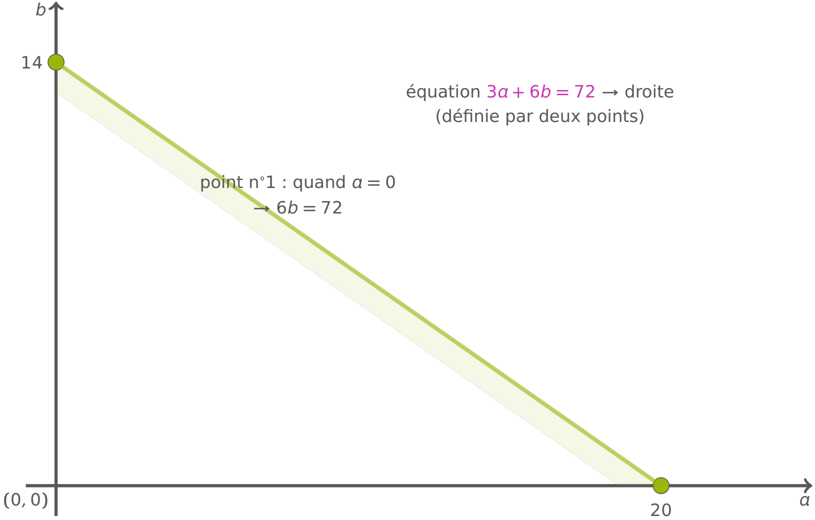
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



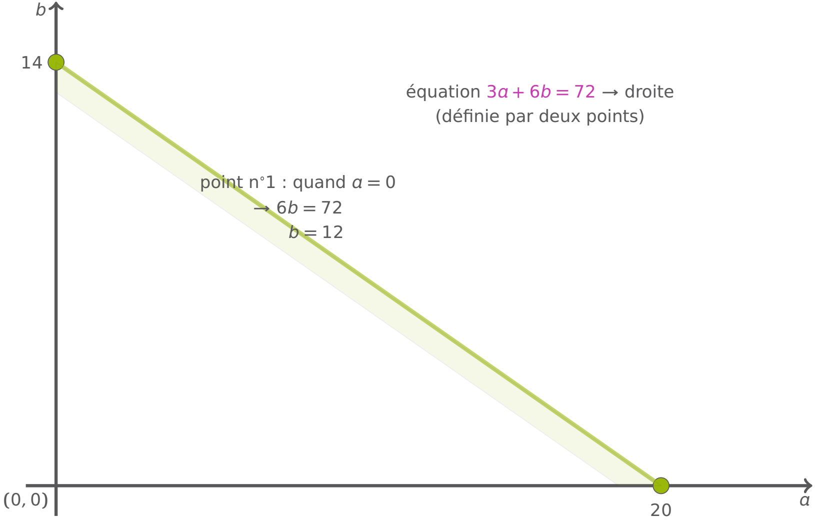
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



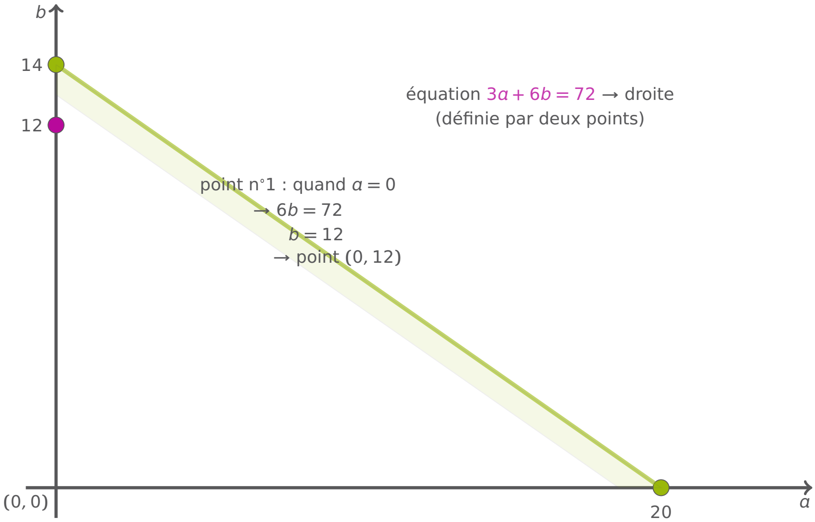
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcllcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



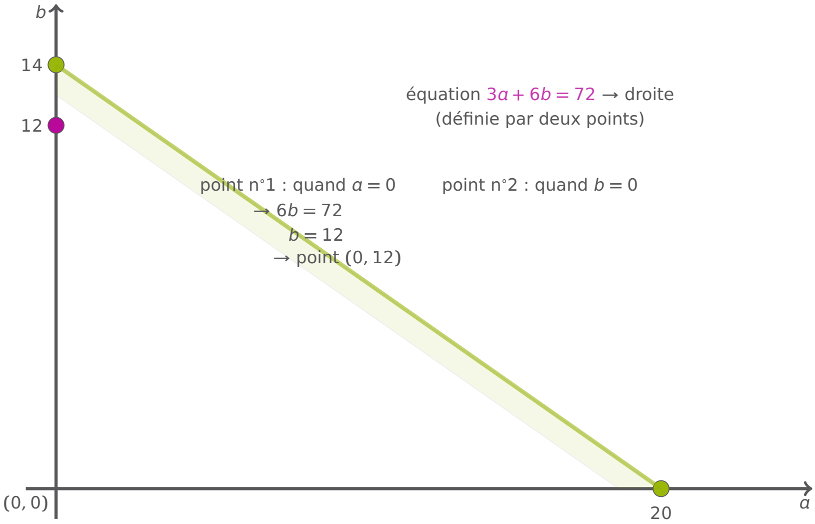
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccc}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$



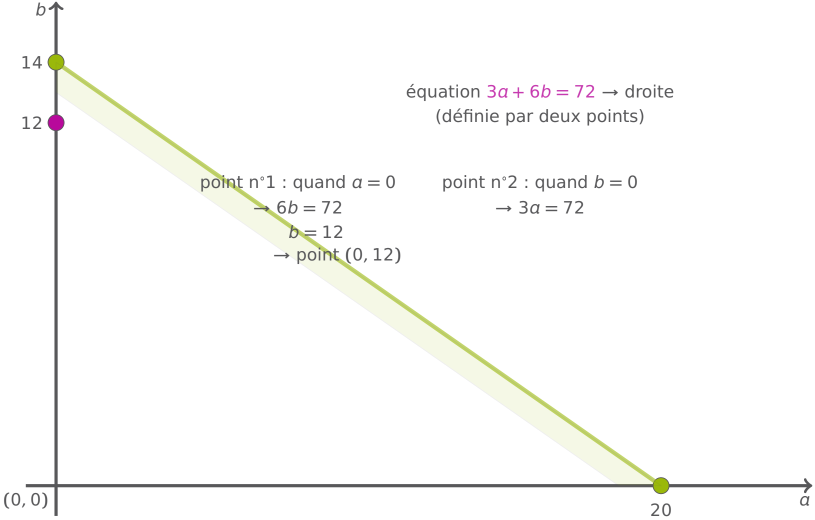
équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 6b = 72$
$b = 12$
→ point $(0, 12)$

point n°2 : quand $b = 0$

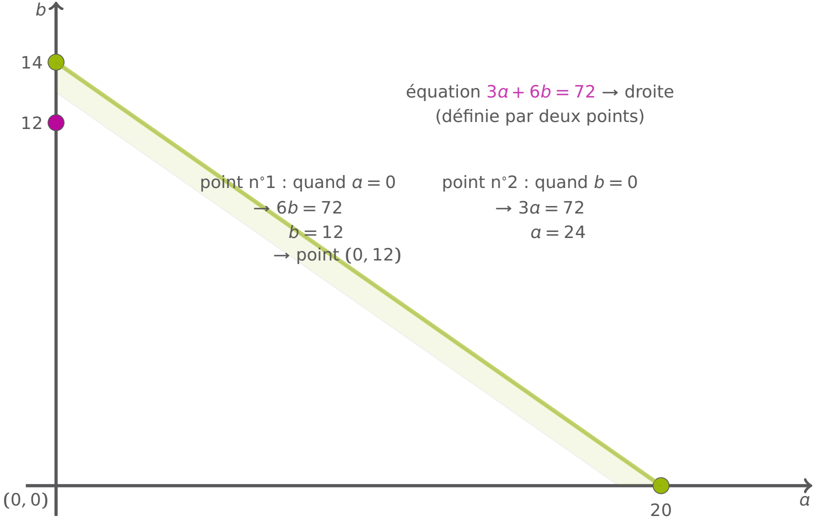
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llrcrcl}
\textbf{maximiser :} & & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
& & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
& & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccc}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & a, b & & \geq & 0
\end{array}
$$



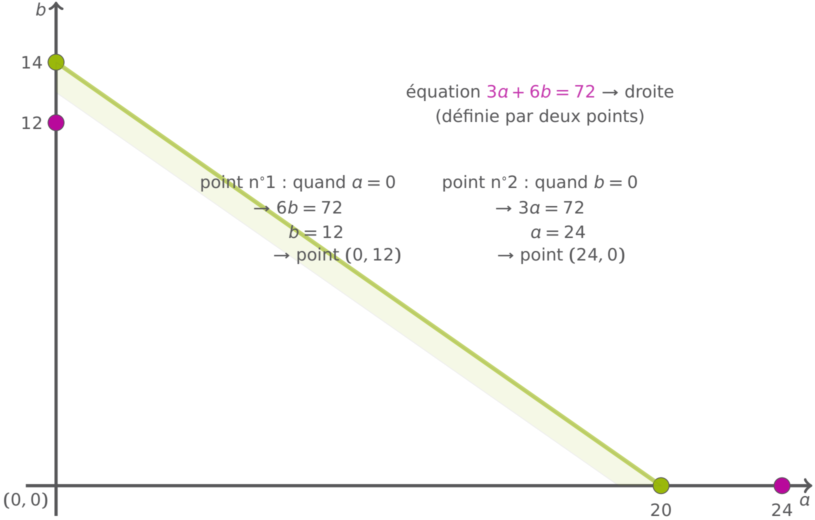
équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 6b = 72$
$b = 12$
→ point $(0, 12)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 3a = 72$
$a = 24$

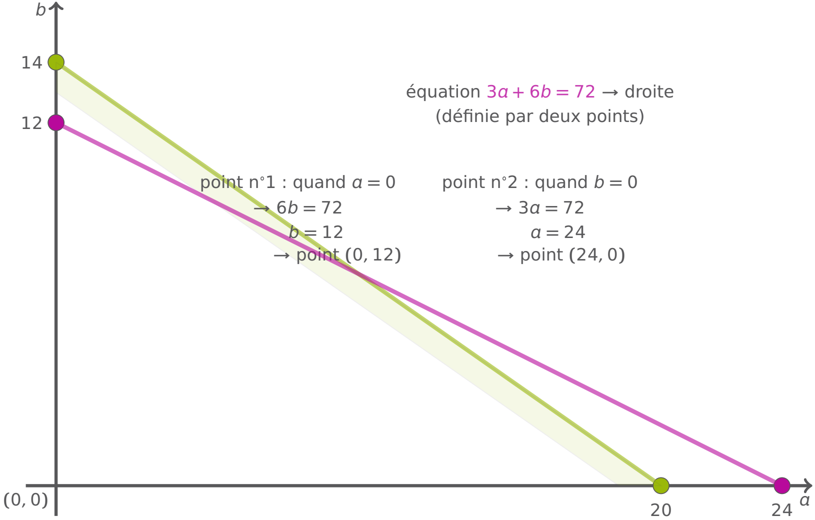
Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



Un deuxième exemple

$$
\begin{array}{llcccl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}
$$



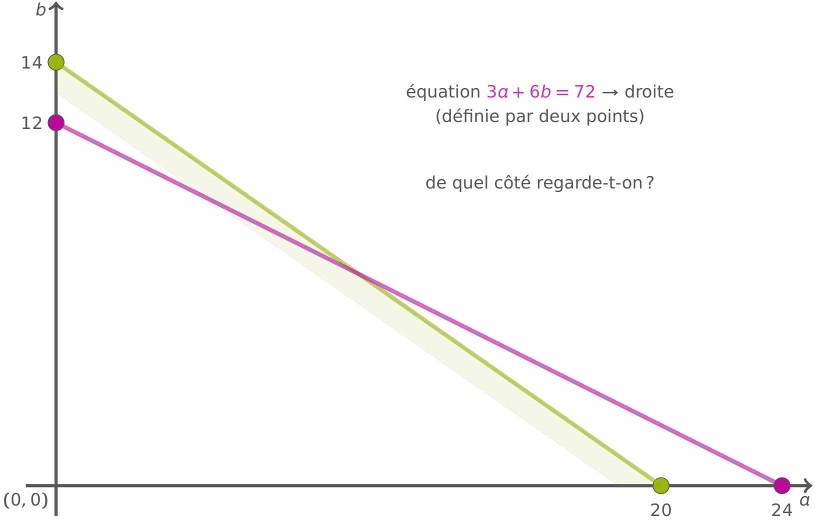
équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

point n°1 : quand $a = 0$
$\rightarrow 6b = 72$
$b = 12$
→ point $(0, 12)$

point n°2 : quand $b = 0$
$\rightarrow 3a = 72$
$a = 24$
→ point $(24, 0)$

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

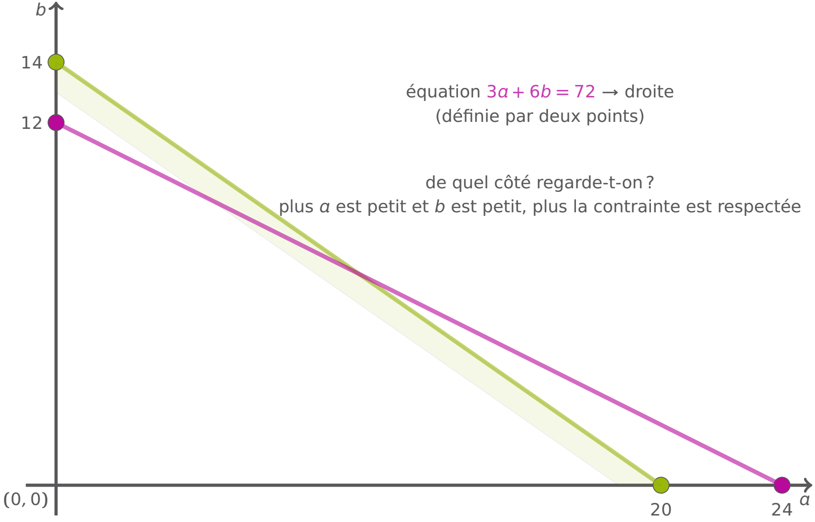


équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

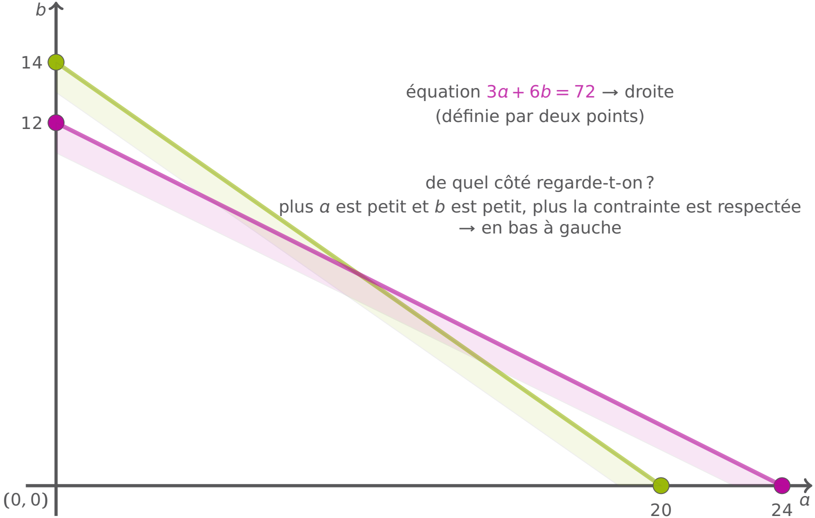


équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est petit et b est petit, plus la contrainte est respectée

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

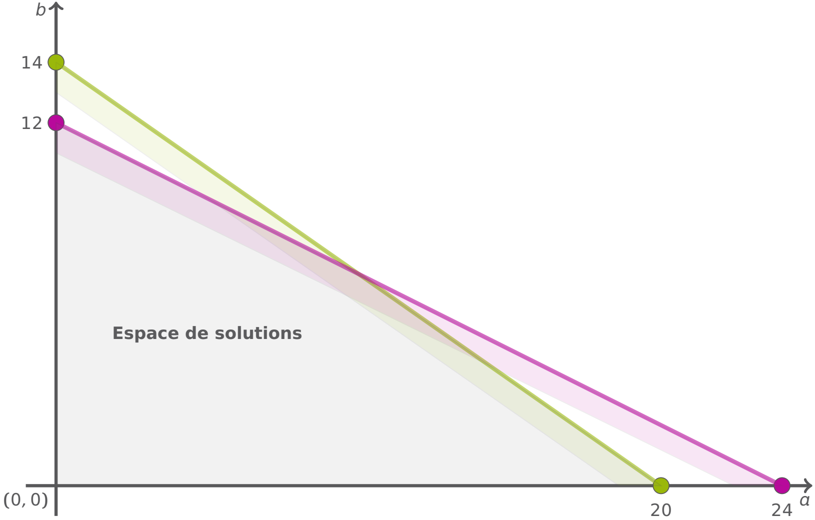


équation $3a + 6b = 72$ → droite
(définie par deux points)

de quel côté regarde-t-on ?
plus a est petit et b est petit, plus la contrainte est respectée
→ en bas à gauche

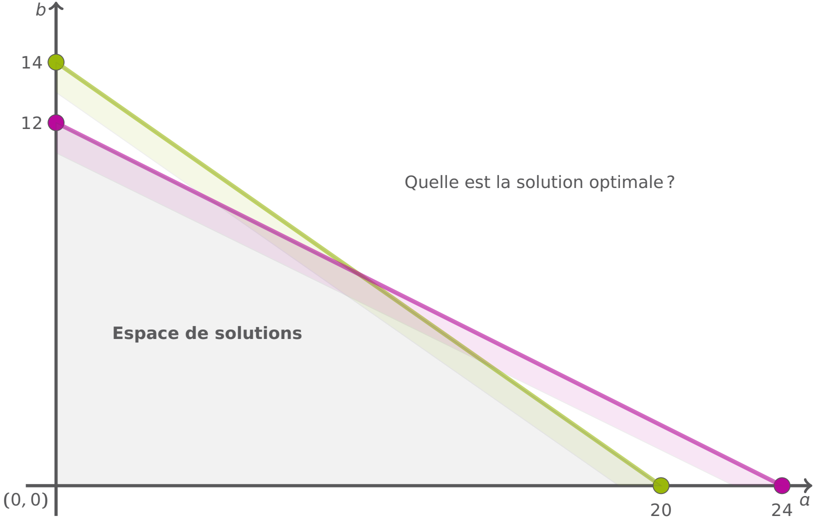
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



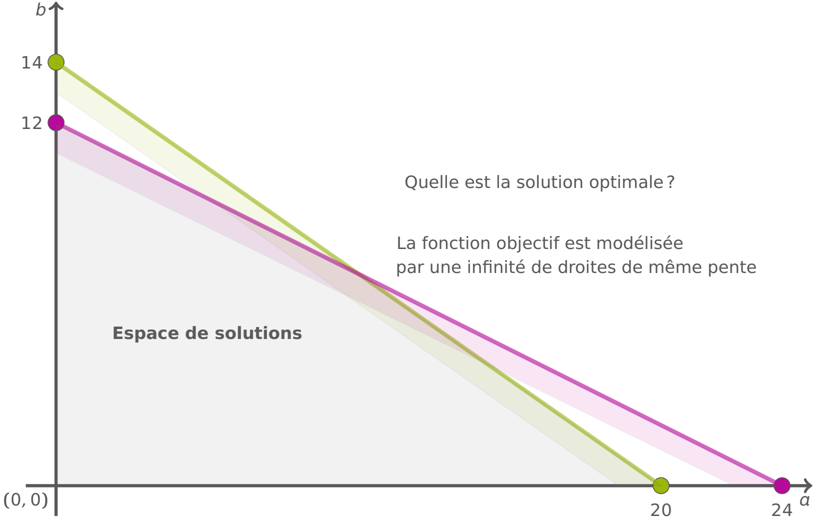
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcr}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



Quelle est la solution optimale ?

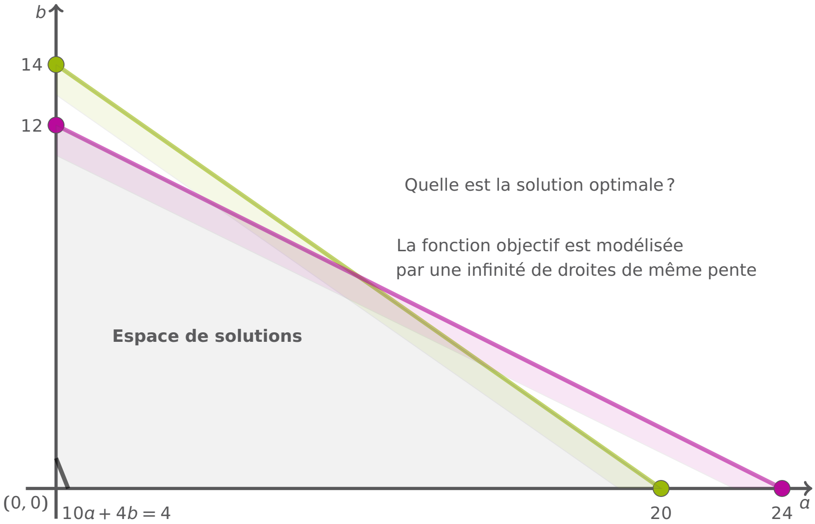
La fonction objectif est modélisée par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$
\begin{aligned}
7a + 10b &\leq 140 \\
3a + 6b &\leq 72 \\
a, b &\geq 0
\end{aligned}
$$

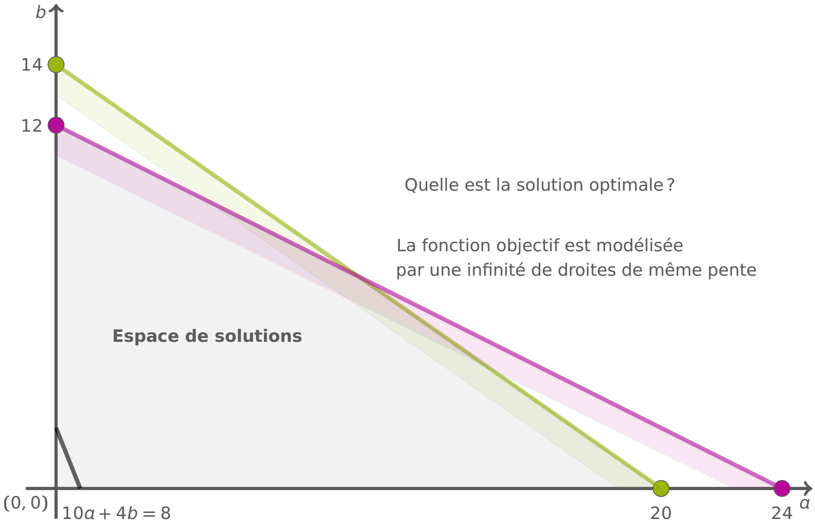


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

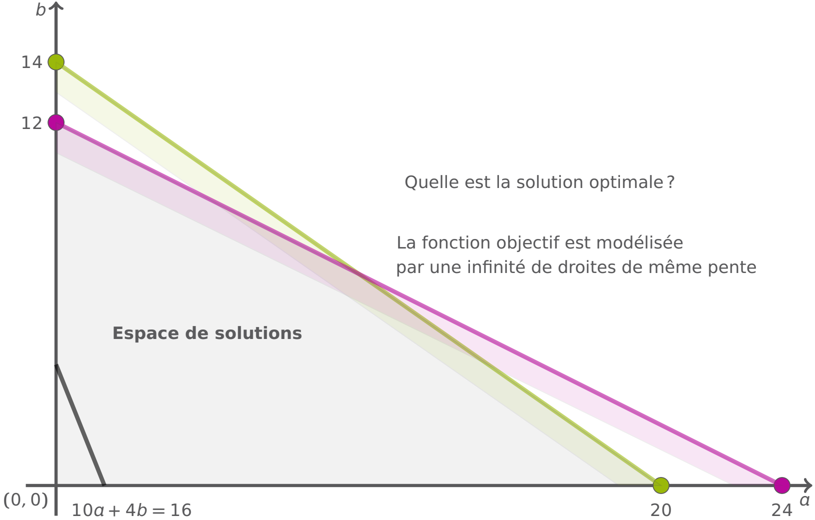


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

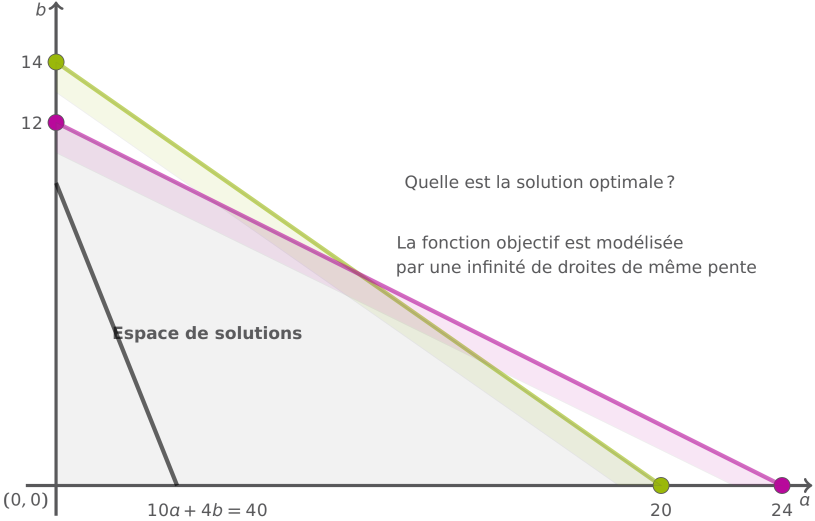


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcccl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & a, b & & \geq & 0 \end{array}$$

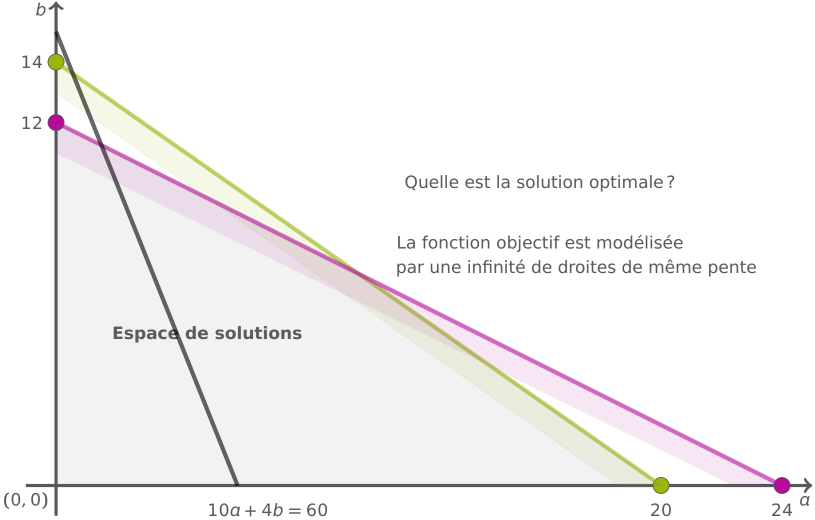


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

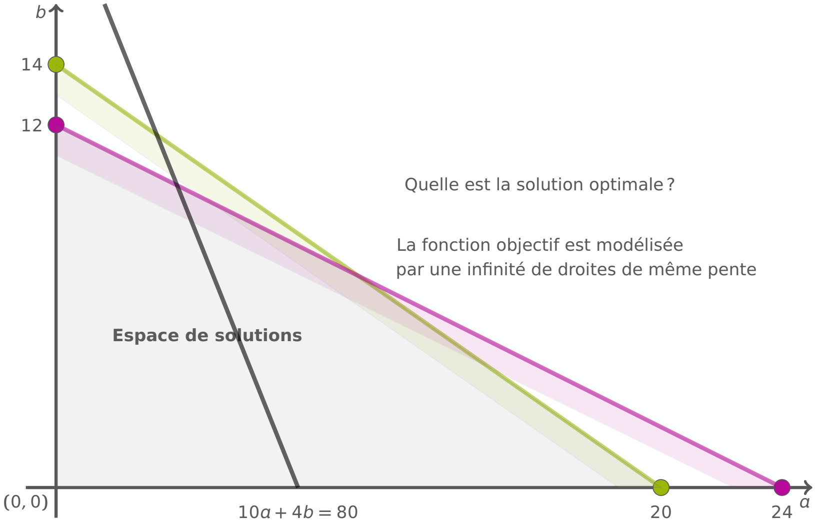


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



Quelle est la solution optimale ?

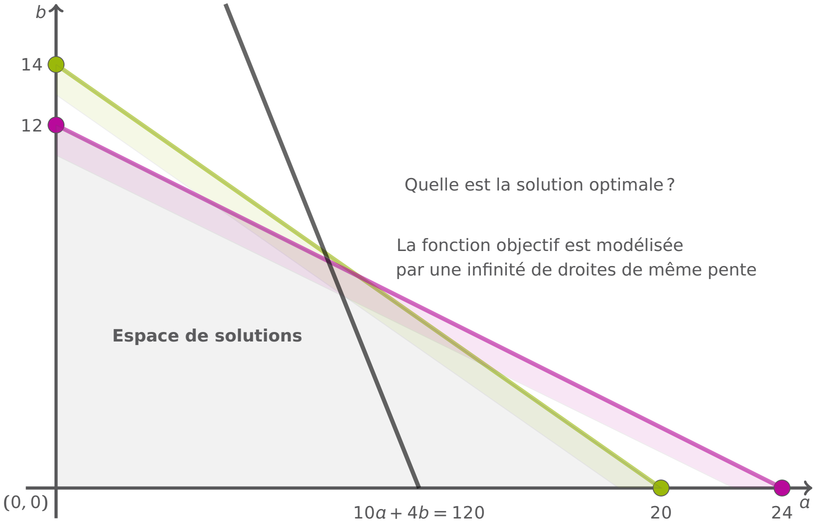
La fonction objectif est modélisée
par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

maximiser : $10a + 4b$

tel que :

$$\begin{array}{rcrcl} 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$

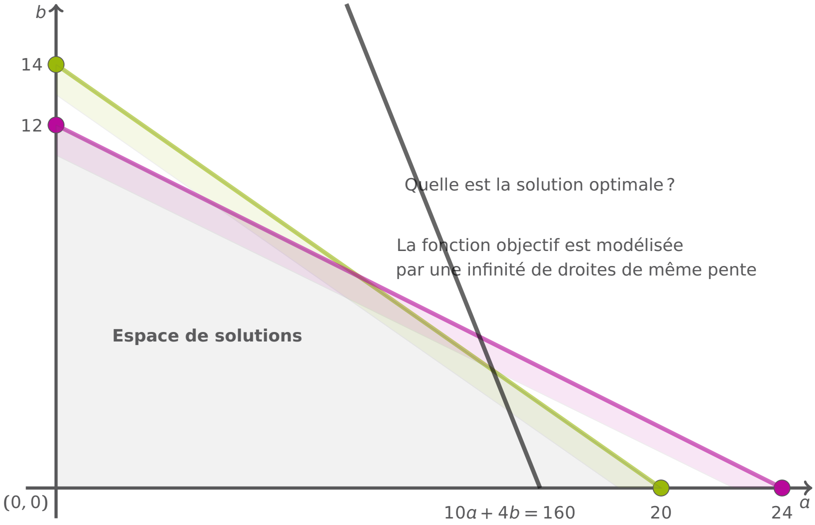


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée par une infinité de droites de même pente

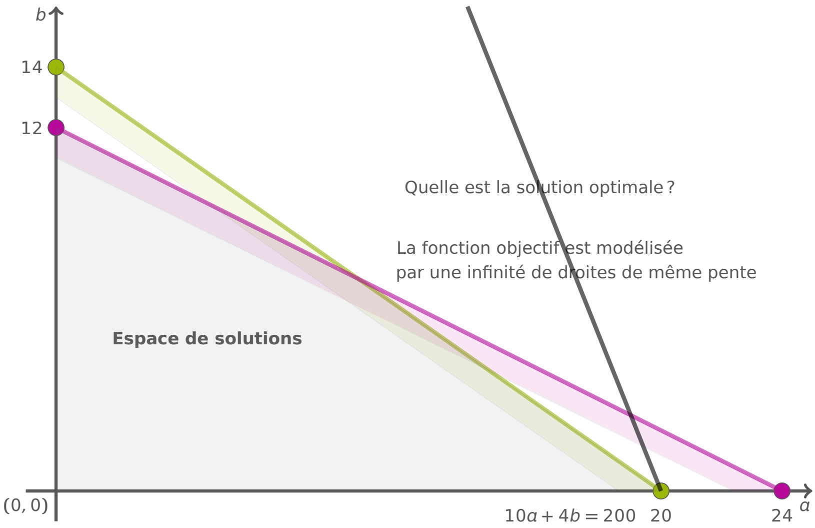
Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcr} \textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\ \text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\ & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\ & & & a, b & \geq & 0 \end{array}$$



Un deuxième exemple

$$\begin{array}{lrcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$

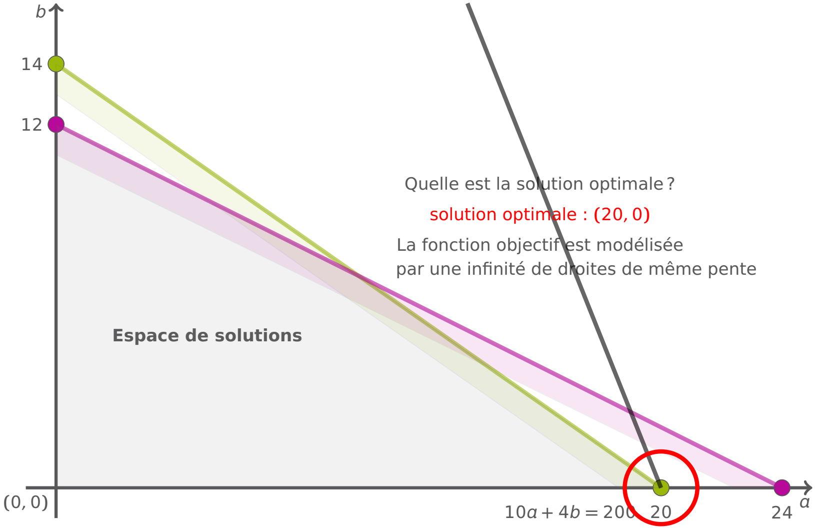


Quelle est la solution optimale ?

La fonction objectif est modélisée par une infinité de droites de même pente

Un deuxième exemple

$$\begin{array}{llcrcl}
\textbf{maximiser :} & 10a & + & 4b & & \\
\text{tel que :} & 7a & + & 10b & \leq & 140 \\
 & 3a & + & 6b & \leq & 72 \\
 & & & a, b & \geq & 0
\end{array}$$



Quelle est la solution optimale ?

solution optimale : $(20, 0)$

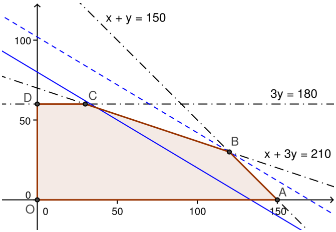
La fonction objectif est modélisée par une infinité de droites de même pente

Représentation géométrique d'un programme linéaire

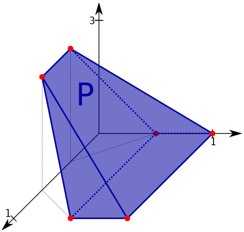
- Espace à n dimensions, où n est le nombre de variables.

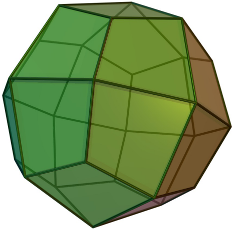
- Chaque contrainte est modélisée par un espace à $n-1$ dimensions, qui divise notre espace en deux parties :
  → les points qui satisfont / ne satisfont pas la contrainte.

- Ces contraintes définisssent un polytope convexe, qui contient tous les points correspondant à une solution.
  Chaque contrainte produit une facette du polytope.



2 variables : polygone

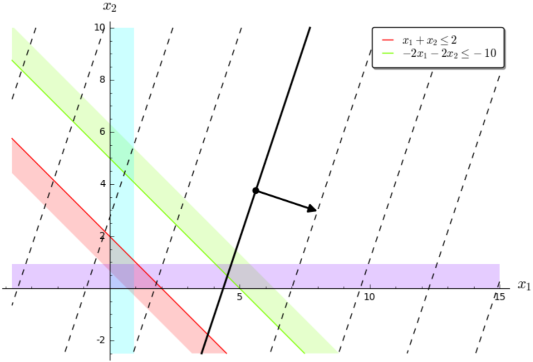




3 variables : polyèdre

Quatre types de programmes linéaires

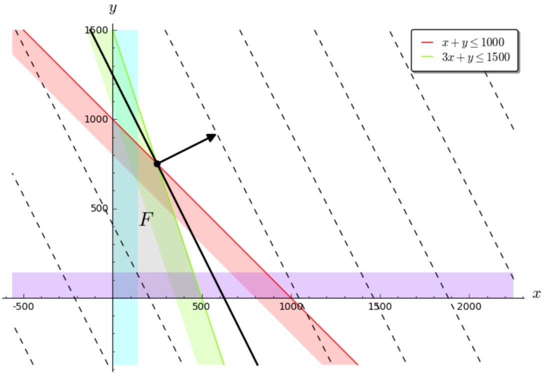
1. Pas de solution du tout



1

Quatre types de programmes linéaires

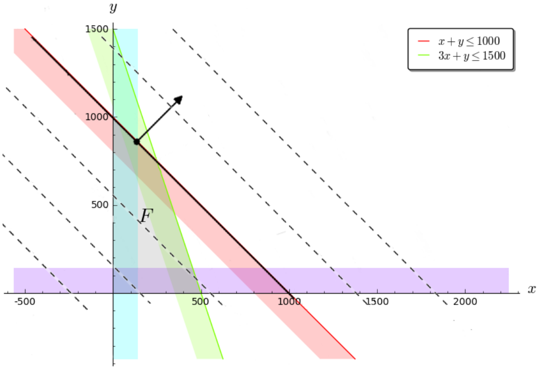
1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope



2

Quatre types de programmes linéaires

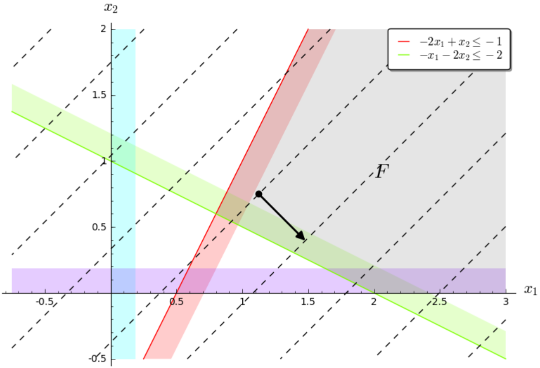
1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope
3. Une infinité de solutions optimales, sur une arête du polytope



3

Quatre types de programmes linéaires

1. Pas de solution du tout
2. Une solution optimale unique, sur un sommet du polytope
3. Une infinité de solutions optimales, sur une arête du polytope
4. Une infinité de solutions, mais pas de solution optimale : PL non borné



4