Méthodes d’optimisation

BUT Info 2e année

Florent Foucaud
Dipayan Chakraborty, Malika More, Adrien Wohrer

IUT CLERMONT AUVERGNE
Aurillac - Clermont-Ferrand - Le Puy-en-Velay
Montluçon - Moulins - Vichy

2023-2024

PL en nombres entiers (PLNE)

Solution pas entière ?

- Solution d’un PL : pas forcément des valeurs entières.

Solution pas entière ?

- Solution d'un PL : pas forcément des valeurs entières.
- Dans de nombreux contextes, nos variables doivent prendre une solution entière → nombre de machines, groupes pour l'emploi du temps, etc.

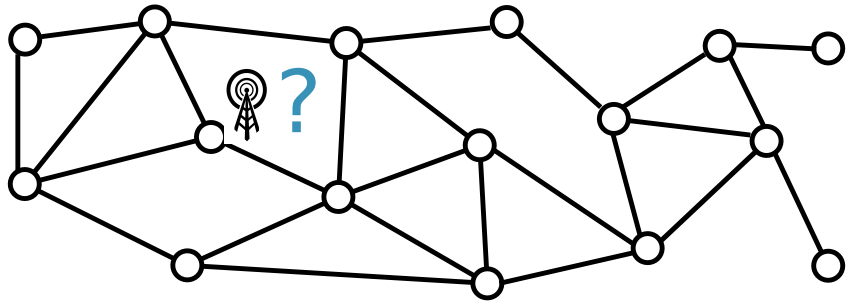
Solution pas entière ?

- Solution d'un PL : pas forcément des valeurs entières.
- Dans de nombreux contextes, nos variables doivent prendre une solution entière → nombre de machines, groupes pour l'emploi du temps, etc.
- Pour cela on va modéliser des programmes linéaires en nombres entiers (PLNE)

Couverture d’un réseau par des antennes

Problème : couvrir un réseau avec des antennes (*ensemble dominant*).

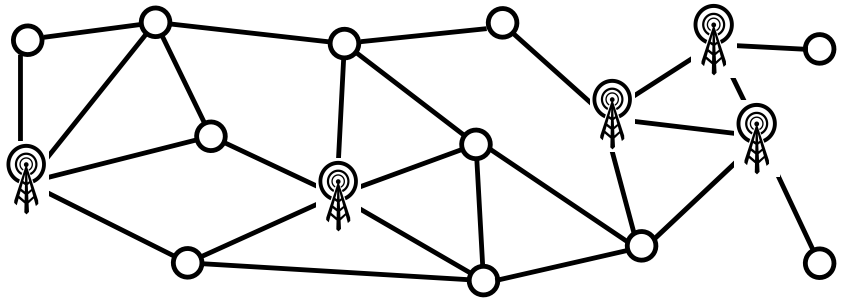
Objectif : minimiser le nombre d’antennes



Couverture d’un réseau par des antennes

Problème : couvrir un réseau avec des antennes (*ensemble dominant*).

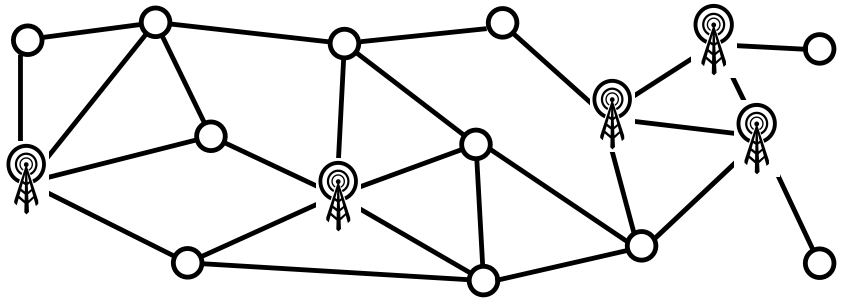
Objectif : minimiser le nombre d’antennes



Couverture d'un réseau par des antennes

Problème : couvrir un réseau avec des antennes (*ensemble dominant*).

Objectif : minimiser le nombre d'antennes



Le réseau est un graphe non-orienté $G = (V, E)$.

Chaque sommet qui n'a pas d'antenne, reçoit au moins une antenne voisine.

On écrit le PL en nombres entiers suivant :

Une variable x_v pour chaque sommet v : $x_v = 1$ si on a une antenne sur v, 0 sinon.

$$\text{minimiser :} \quad \sum_{v \in V} x_v$$

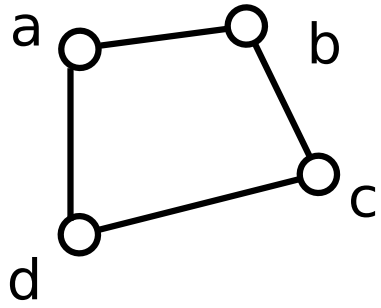
$$\text{tel que :} \quad x_v + \left(\sum_{w,\ voisins\ de\ v} x_w \right) \geq 1 \quad \forall v \in V$$

$$x_v \leq 1 \quad \forall v \in V$$

$$x_v \geq 0 \quad \forall v \in V$$

$$x_v \in \mathbb{N} \quad \forall v \in V$$

Couverture d'un réseau par des antennes : exemple



Le réseau est un graphe non-orienté $G = (V, E)$, ici $V = \{a, b, c, d\}$ et $E = \{ab, bc, cd, de\}$.

On écrit le PL en nombres entiers suivant :

Une variable x_v pour chaque sommet v : $x_v = 1$ si on a une antenne sur v.

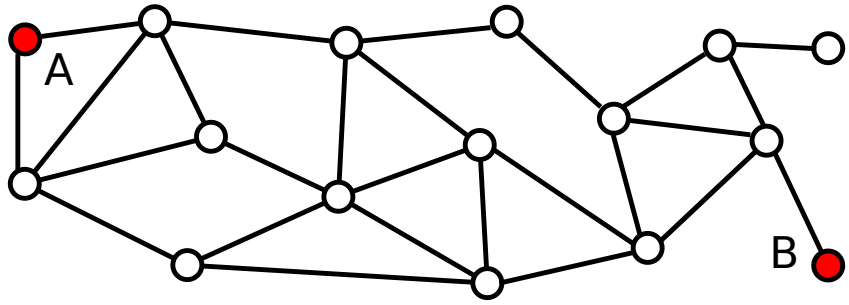
minimiser : $x_a + x_b + x_c + x_d$

tel que :

$$
\begin{array}{lcll}
x_a + x_b + x_d & \geq & 1 & \textit{Sommet } a \\
x_b + x_c + x_a & \geq & 1 & \textit{Sommet } b \\
x_c + x_d + x_b & \geq & 1 & \textit{Sommet } c \\
x_d + x_c + x_a & \geq & 1 & \textit{Sommet } d \\
 & & & \\
x_a, x_b, x_c, x_d & \leq & 1 & \\
x_a, x_b, x_c, x_d & \geq & 0 & \\
x_a, x_b, x_c, x_d & \in & \mathbb{N} &
\end{array}
$$

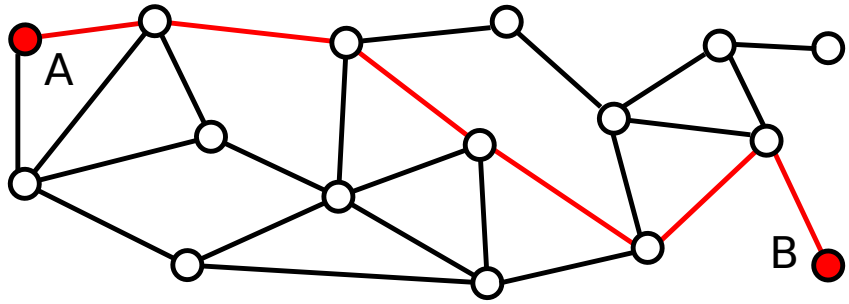
Plus court chemin

Problème : trouver un plus court chemin dans un réseau de A à B.



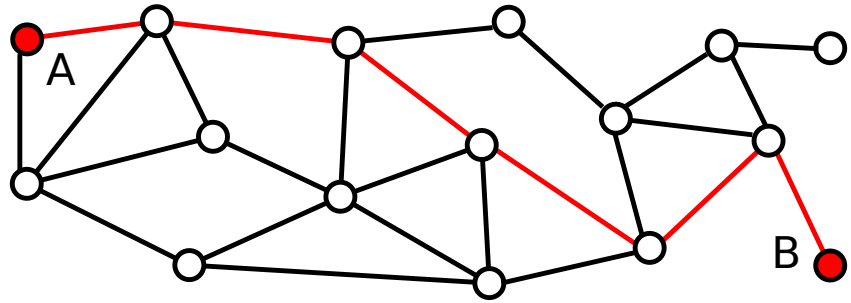
Plus court chemin

Problème : trouver un plus court chemin dans un réseau de A à B.



Plus court chemin

Problème : trouver un plus court chemin dans un réseau de A à B.



Le réseau est un graphe $G = (V, E)$.

On écrit le PL en nombres entiers suivant :

Une variable x_e pour chaque arête e : $x_e = 1$ si on sélectionne e, 0 sinon.

$$\text{minimiser : } \sum_{e \in E} x_e$$

$$\text{tel que : } \sum_{u:u \to v} x_{uv} = \sum_{w:v \to w} x_{vw} \quad \forall v \in V - \{A, B\}$$

$$\sum_{u:A \to u} x_{Au} = 1$$

$$\sum_{u:u \to B} x_{uB} = 1$$

$$x_e \leq 1 \quad \forall e \in E$$

$$x_e \geq 0 \quad \forall e \in E$$

$$x_e \in \mathbb{N} \quad \forall e \in E$$

La méthode du Branch and Bound

Exemple : presser ou tourner

Exemple 1

Un start-upper dispose d'un budget de 40k€ pour équiper son atelier de 200m^2 avec des presses et des tours.

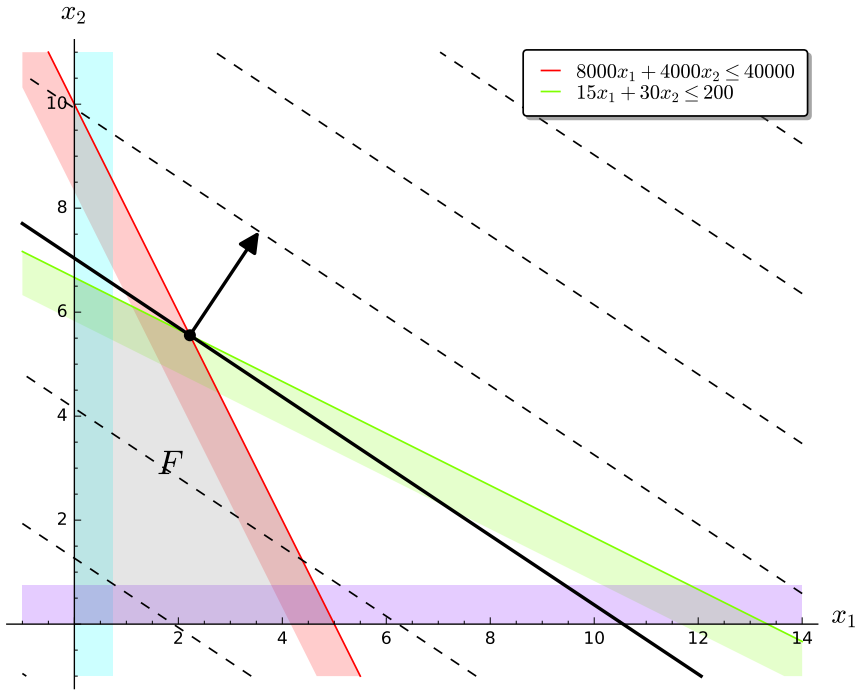
- Une presse coûte 8k€, un tour 4k€.
- Une presse prend 15 m^2, un tour prend 30 m^2.
- Bénéfice journalier d'une presse : 100 €, celui d'un tour : 150 €.

Presser ou Tourner

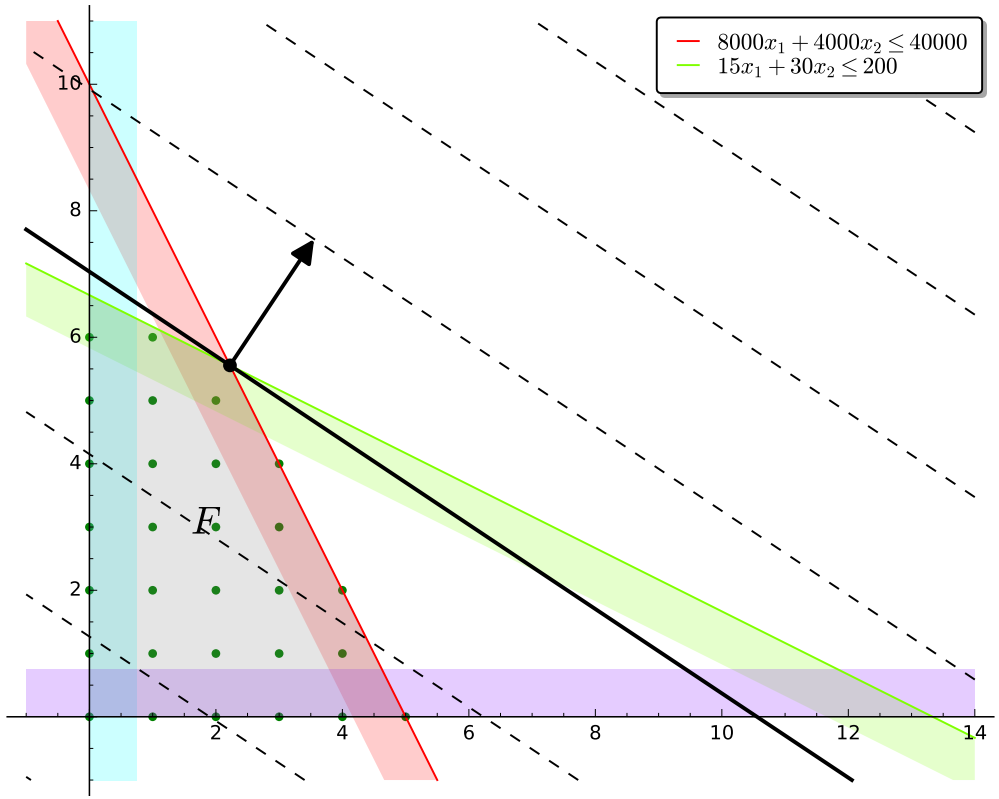
maximiser z : $100x_1 + 150x_2$

tel que :

$$\begin{aligned} 8000x_1 + 4000x_2 &\leq 4000 \\ 15x_1 + 30x_2 &\leq 200 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



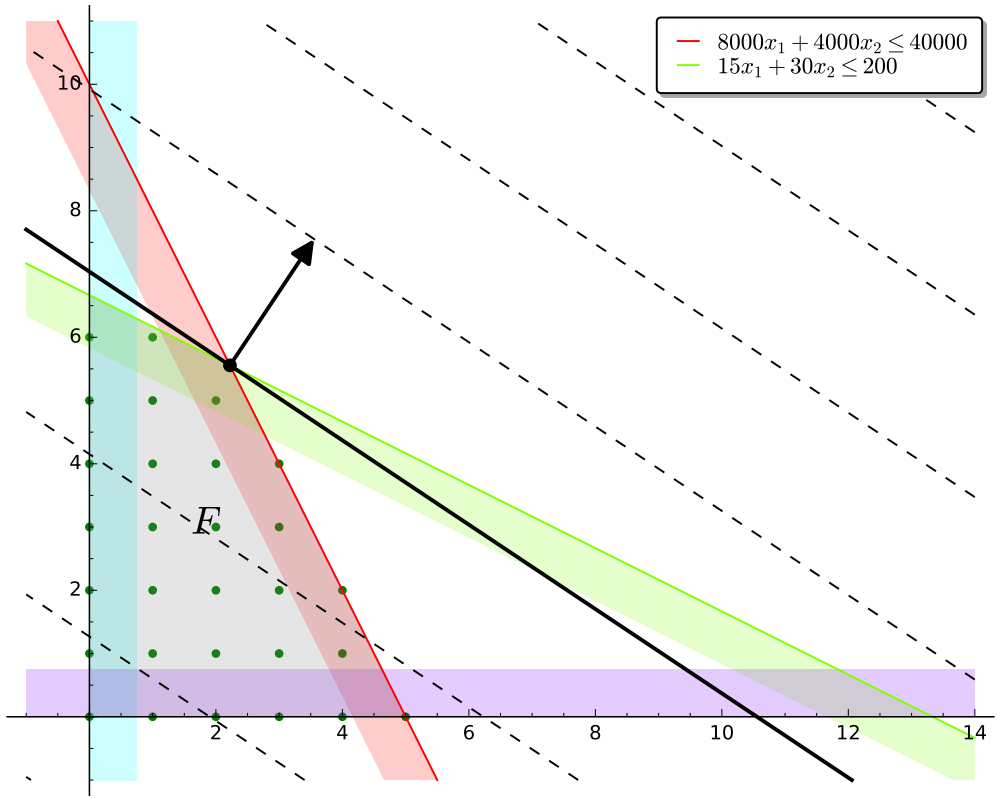
Solution non entière : que faire ?



Solution optimale : $z = \frac{9500}{9} \approx 1055.55$, avec $(x_1, x_2) = \left(\frac{20}{9}, \frac{50}{9}\right) \approx (2.22, 5.56)$

Mince : solution non entière ! → On ne peut pas acheter 2.22 presses et 5.56 tours.

Solution non entière : que faire ?

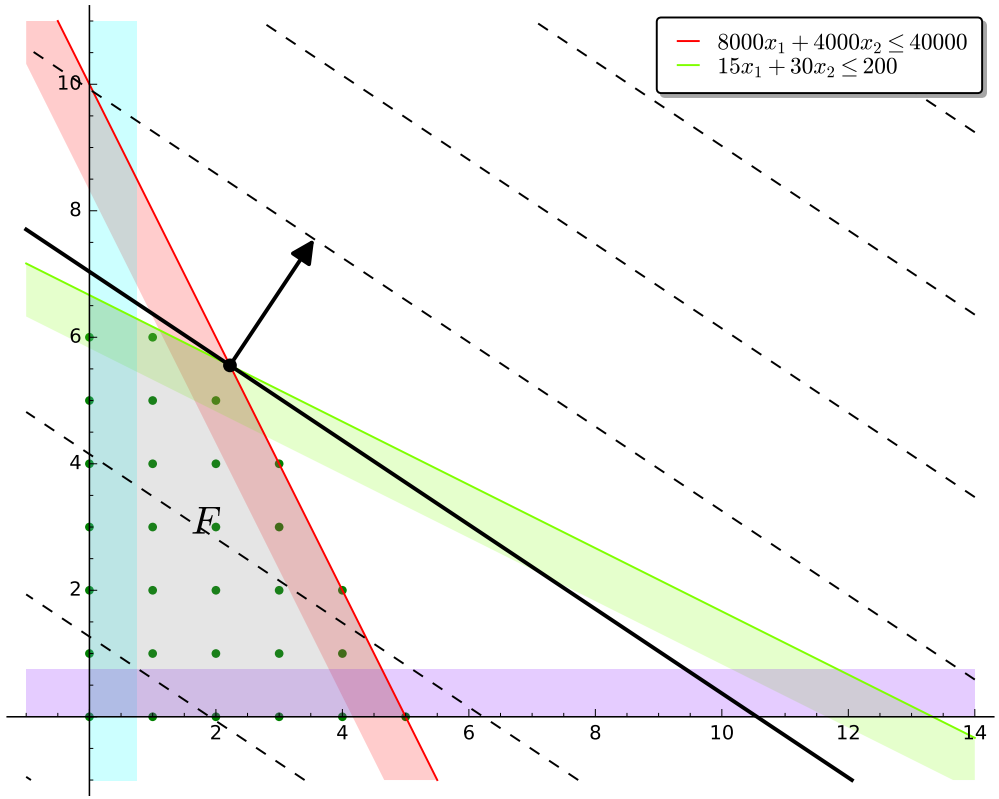


Solution optimale : $z = \frac{9500}{9} \approx 1055.55$, avec $(x_1, x_2) = \left(\frac{20}{9}, \frac{50}{9}\right) \approx (2.22, 5.56)$

Mince : solution non entière ! → On ne peut pas acheter 2.22 presses et 5.56 tours.

Si on arrondit vers le bas la solution : on obtient $(2, 5)$ et $z = 950$.

Solution non entière : que faire ?



Solution optimale : $z = \frac{9500}{9} \approx 1055.55$, avec $(x_1, x_2) = \left(\frac{20}{9}, \frac{50}{9}\right) \approx (2.22, 5.56)$

Mince : solution non entière ! → On ne peut pas acheter 2.22 presses et 5.56 tours.

Si on arrondit vers le bas la solution : on obtient $(2, 5)$ et $z = 950$.

Autres solutions entières :

$(3, 4)$ avec $z = 900$
$(0, 6)$ avec $z = 900$
$(1, 6)$ avec $z = 1000$

Comment faire en général ?

- Dans notre petit exemple, il y a un petit nombre de combinaisons possibles, on pourrait juste les énumérer et calculer celle qui est la plus intéressante.

- Impossible en pratique : même si les variables sont à valeur dans $\{0, 1\}$ pour x, on aurait 2^x cas à regarder.
  (Estimation du nombre de protons dans l'univers : $10^{80} < 2^{266}$ — nombre d'Eddington)

Comment faire en général ?

- Dans notre petit exemple, il y a un petit nombre de combinaisons possibles, on pourrait juste les énumérer et calculer celle qui est la plus intéressante.

- Impossible en pratique : même si les variables sont à valeur dans $\{0, 1\}$ pour x, on aurait 2^x cas à regarder.
  (Estimation du nombre de protons dans l'univers : $10^{80} < 2^{266}$ — nombre d'Eddington)

Idée : On va couper l'espace de recherche en petit bouts

On choisit une variable x non-entière dans la solution. On regarde les 2 problèmes produits en forçant x à prendre soit une valeur inférieure, soit une valeur supérieure (brancher), et on réitère.

Brancher

problème initial

$$\begin{array}{rrcrcl} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

solution optimale pas entière $\bar{x} = (\frac{20}{9}, \frac{50}{9}) \simeq (2.22, 5.56)$

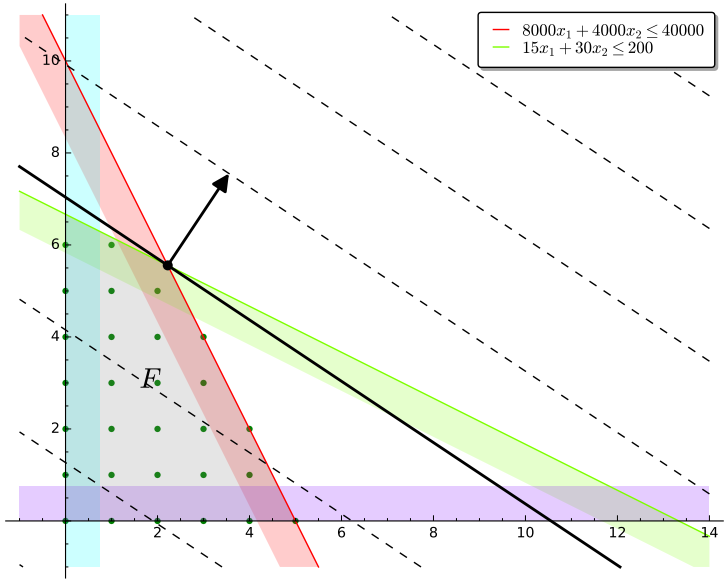
branche gauche

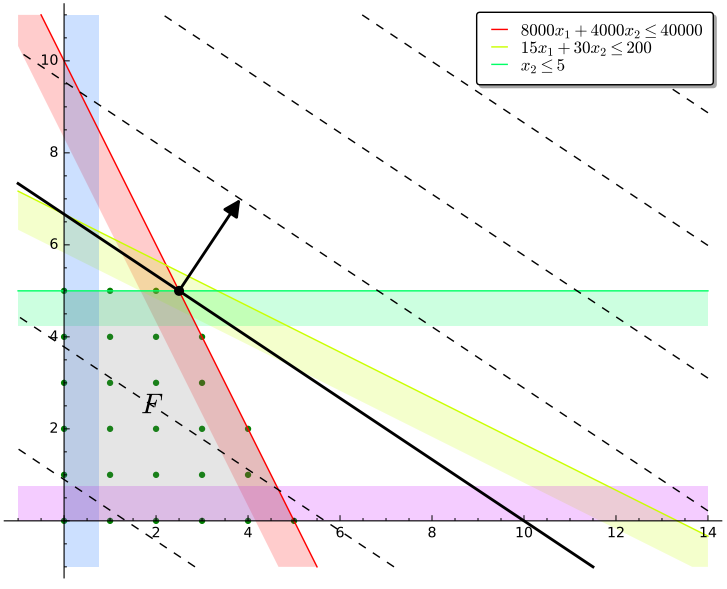
$$\begin{array}{rrcrcl} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ \text{tel que :} & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ & & & x_2 & \leq & 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

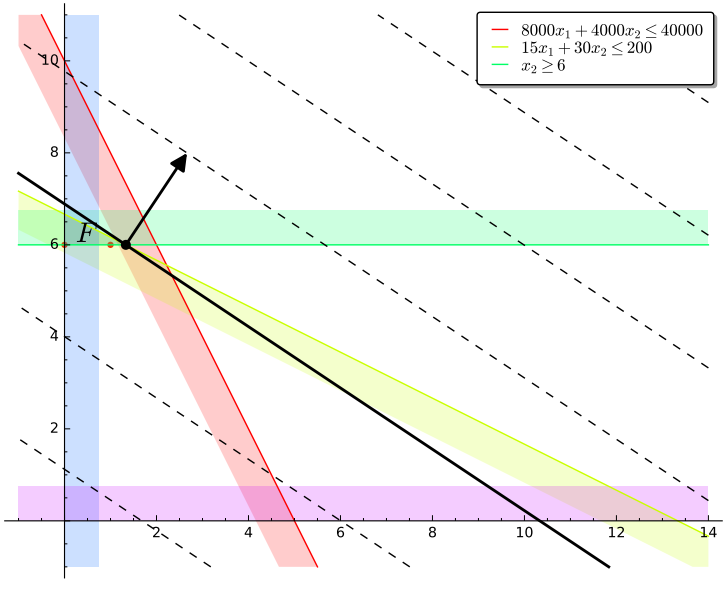
branche droite

$$\begin{array}{rrcrcl} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ & & & x_2 & \geq & 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

Brancher (graphiquement)







Borner

problème initial

$$\begin{array}{rrrrrrr} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

branche gauche

$$\begin{array}{rrrrrrr} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ & & & x_2 & \leq & 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

$z^* = 1000$

branche droite

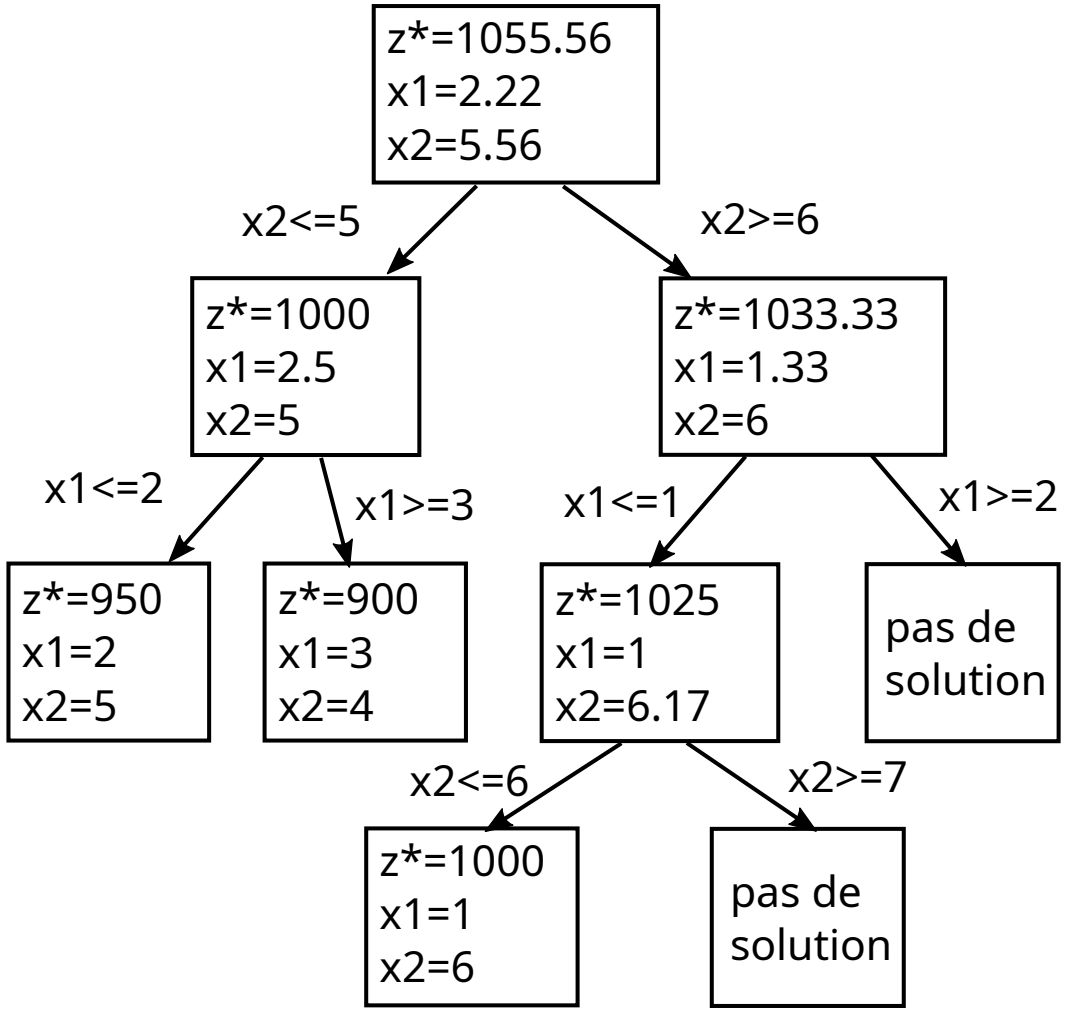
$$\begin{array}{rrrrrrr} \text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\ & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\ & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\ & & & x_2 & \geq & 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 & & & & & \end{array}$$

$z^* = \frac{3100}{3} \approx 1033$

Borner

problème initial

$$
\begin{array}{rrcrcl}
\text{maximiser } z : & 100x_1 & + & 150x_2 & & \\
 & 8000x_1 & + & 4000x_2 & \leq & 40000 \\
 & 15x_1 & + & 30x_2 & \leq & 200 \\
x_1, x_2 \geq 0 & & & & &
\end{array}
$$



Brancher et Borner (Branch and Bound)

Exploration d'un arbre

- On découvre des branches en ajoutant de nouvelles contraintes pour une variable (au dessus/ en dessous d'une valeur non entière dans la solution précédente).
- Borne inf au cours du temps : meilleur z d'une solution entière rencontrée.
- Borne sup (à un noeud) : $z*$ pour le problème de ce noeud (problème relâché puisque pas forcément une solution entière).
- On ignore définitivement une branche si elle n'a pas de solution, ou bien si la borne sup associée est plus basse que la borne inf.
- On peut s'arrêter si on trouve une solution entière optimale à un noeud qui a un $z*$ plus grand ou égal que toutes les bornes sups des autres noeuds.

Note historique

La méthode “branch and bound” est développée en 1960 par deux chercheuses à Londres, Alison Harcourt (née Doig) et Ailsa Land (née Dicken).

Alison G. Harcourt

(1929-)

Ailsa H. Land

(1927-2021)

Complexité algorithmique de la PL et PLNE

Complexité d’un problème algorithmique

Problème algorithmique : une entrée, une sortie (≈ programme informatique)

- Trier une liste de n entiers
- Trouver un plus court chemin de A à B dans un graphe à n sommets
- Résoudre un programme linéaire à n variables et m contraintes
- Couvrir un réseau à n sommets avec k antennes

Complexité d’un problème algorithmique

Problème algorithmique : une entrée, une sortie (≈ programme informatique)

- Trier une liste de n entiers
- Trouver un plus court chemin de A à B dans un graphe à n sommets
- Résoudre un programme linéaire à n variables et m contraintes
- Couvrir un réseau à n sommets avec k antennes

Pour un problème algorithmique P, quel est le plus petit nombre d’étapes de calcul nécessaire et suffisant pour résoudre P ?

Complexité d’un problème algorithmique

Problème algorithmique : une entrée, une sortie (≈ programme informatique)

- Trier une liste de n entiers
- Trouver un plus court chemin de A à B dans un graphe à n sommets
- Résoudre un programme linéaire à n variables et m contraintes
- Couvrir un réseau à n sommets avec k antennes

Pour un problème algorithmique P, quel est le plus petit nombre d’étapes de calcul nécessaire et suffisant pour résoudre P ?

C’est la complexité algorithmique du problème P.

Complexité d'un problème algorithmique

Problème algorithmique : une entrée, une sortie (≈ programme informatique)

- Trier une liste de n entiers
- Trouver un plus court chemin de A à B dans un graphe à n sommets
- Résoudre un programme linéaire à n variables et m contraintes
- Couvrir un réseau à n sommets avec k antennes

Pour un problème algorithmique P, quel est le plus petit nombre d'étapes de calcul nécessaire et suffisant pour résoudre P ?

C'est la complexité algorithmique du problème P.

On mesure cela par une fonction $f(n)$ de la taille n de l'entrée

(n : nombre de bits pour coder l'entrée)

Explosion combinatoire

Complexité algorithmique pour un problème donné :

$f(n)$ opérations pour une entrée de taille n

Meilleurs problèmes : complexité linéaire $f(n) \rightarrow 10n, 2n, 1000n, n$ ...

Problèmes “raisonnables” : complexité polynomiale $f(n) \rightarrow 4n^2, 10n^3, n^{1000}$ ...

Problèmes difficiles : complexité exponentielle $f(n) \rightarrow 2^n, n!, n^n$ ...

→ *Cela correspond à tester toutes les solutions possibles*

Explosion combinatoire

Complexité algorithmique pour un problème donné :

$f(n)$ opérations pour une entrée de taille n

Meilleurs problèmes : complexité linéaire $f(n) \rightarrow 10n, 2n, 1000n, n$ ...

Problèmes “raisonnables” : complexité polynomiale $f(n) \rightarrow 4n^2, 10n^3, n^{1000}$ ...

Problèmes difficiles : complexité exponentielle $f(n) \rightarrow 2^n, n!, n^n$ ...

→ *Cela correspond à tester toutes les solutions possibles*

$f(n)$	$n = 10$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$
n	10	50	100	200	300
$100n$	1000	5000	10000	20000	30000
n^2	100	2500	10000	40000	90000
2^n	1024	(16 chiffres)	(31 chiffres)	(60 chiffres)	(91 chiffres)
$n!$	3628800	(64 chiffres)	(157 chiffres)	(374 chiffres)	(614 chiffres)

Explosion combinatoire

Complexité algorithmique pour un problème donné :

$f(n)$ opérations pour une entrée de taille n

Meilleurs problèmes : complexité linéaire $f(n) \rightarrow 10n, 2n, 1000n, n$ ...

Problèmes "raisonnables" : complexité polynomiale $f(n) \rightarrow 4n^2, 10n^3, n^{1000}$ ...

Problèmes difficiles : complexité exponentielle $f(n) \rightarrow 2^n, n!, n^n$ ...

→ *Cela correspond à tester toutes les solutions possibles*

$f(n)$	$n = 10$	$n = 50$	$n = 100$	$n = 200$	$n = 300$
n	10	50	100	200	300
$100n$	1000	5000	10000	20000	30000
n^2	100	2500	10000	40000	90000
2^n	1024	(16 chiffres)	(31 chiffres)	(60 chiffres)	(91 chiffres)
$n!$	3628800	(64 chiffres)	(157 chiffres)	(374 chiffres)	(614 chiffres)

Question

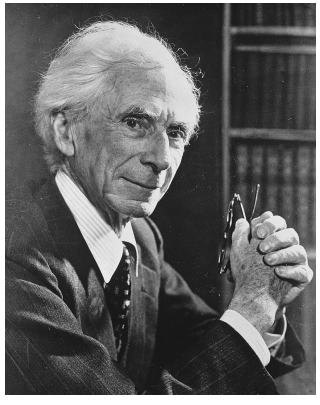
Quels problèmes sont "raisonnables" ? Lesquels sont difficiles ?

Paradoxe du barbier

Dans un village, le barbier rase exactement tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes.

Question : Qui rase le barbier ?

Le barbier Sweeney Todd



Bertrand Russell (1872-1970)

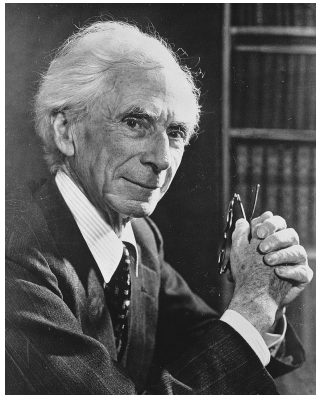
Paradoxe du barbier

Dans un village, le barbier rase exactement tous les hommes qui ne se rasent pas eux-mêmes.

Question : Qui rase le barbier ?

PARADOXE !

Le barbier Sweeney Todd



Bertrand Russell (1872-1970)

S’arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l’arrêt

Étant donné n’importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s’il va s’arrêter un jour *ou bien* 2. s’il va tourner à l’infini ?

S’arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l’arrêt

Étant donné n’importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s’il va s’arrêter un jour *ou bien* 2. s’il va tourner à l’infini ?

Théorème (Alan Turing, 1936)

Il n’existe aucun algorithme pour résoudre le problème de l’arrêt.

Alan Turing (1912-1954)

S’arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l’arrêt

Étant donné n’importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s’il va s’arrêter un jour *ou bien* 2. s’il va tourner à l’infini ?

Théorème (Alan Turing, 1936)

Il n’existe aucun algorithme pour résoudre le problème de l’arrêt.

Démonstration : Supposons par l’absurde qu’il existe un programme en temps fini

```
arret(code, parametre)
```

qui renvoie
- VRAI si le code donné avec le paramètre s’arrêtera un jour, et
- FAUX si au contraire le code tourne à l’infini.

S’arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l’arrêt

Étant donné n’importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s’il va s’arrêter un jour *ou bien* 2. s’il va tourner à l’infini ?

Théorème (Alan Turing, 1936)

Il n’existe aucun algorithme pour résoudre le problème de l’arrêt.

Démonstration : Supposons par l’absurde qu’il existe un programme en temps fini

```
arret(code, parametre)
```

qui renvoie
- VRAI si le code donné avec le paramètre s’arrêtera un jour, et
- FAUX si au contraire le code tourne à l’infini.

Soit le programme suivant :

```
def diag(x):
  • si arret(x,x) est VRAI alors:
    ▶ boucle infinie
  • sinon:
    ▶ retourner VRAI
```

S’arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l’arrêt

Étant donné n’importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s’il va s’arrêter un jour *ou bien* 2. s’il va tourner à l’infini ?

Théorème (Alan Turing, 1936)

Il n’existe aucun algorithme pour résoudre le problème de l’arrêt.

Démonstration : Supposons par l’absurde qu’il existe un programme en temps fini

```
arret(code, parametre)
```

qui renvoie
- VRAI si le code donné avec le paramètre s’arrêtera un jour, et
- FAUX si au contraire le code tourne à l’infini.

Soit le programme suivant :

```
def diag(x):
  • si arret(x,x) est VRAI alors:
    ▶ boucle infinie
  • sinon:
    ▶ retourner VRAI
```

Que renvoie l’appel `diag(diag)` ?

S'arrêter ou boucler ? Telle est la question

Problème de l'arrêt

Étant donné n'importe quel code de programme informatique, peut-on décider en temps fini :

1. s'il va s'arrêter un jour *ou bien* 2. s'il va tourner à l'infini ?

Théorème (Alan Turing, 1936)

Il n'existe aucun algorithme pour résoudre le problème de l'arrêt.

Démonstration : Supposons par l'absurde qu'il existe un programme en temps fini

```
arret(code, parametre)
```

qui renvoie
- VRAI si le code donné avec le paramètre s'arrêtera un jour, et
- FAUX si au contraire le code tourne à l'infini.

Soit le programme suivant :

```
def diag(x):
  • si arret(x,x) est VRAI alors:
    ▸ boucle infinie
  • sinon:
    ▸ retourner VRAI
```

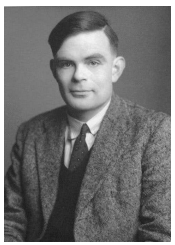
Que renvoie l'appel `diag(diag)` ?

PARADOXE !

Problèmes indécidables

Problèmes indécidables :

- Problème de l'arrêt (Alan Turing, 1936)
- Problème de correspondance de mots : 2 paquets de mots $a_1, \ldots, a_n$ et $b_1, \ldots, b_n$
  → Peut-on les arranger pour créer deux mots identiques ? (Emil Post, 1946)
- Trouver des solutions entières d'équations diophantiennes
  de type $2x^2 + 3y^3 - 2z = 0$ (Youri Matyasevitch, 1970 - 10e problème de Hilbert, 1900)
- Déterminer le vainqueur d'une partie du jeu "Magic : The gathering"
  (Churchill-Biderman-Herrick, 2019)



Alan Turing (1912-1954)

Emil L. Post (1897-1954)

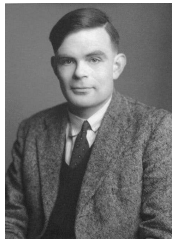
Youri Matyasevitch (1947-)

David Hilbert (1862-1943)

Problèmes indécidables

Problèmes indécidables :

- Problème de l'arrêt (Alan Turing, 1936)
- Problème de correspondance de mots : 2 paquets de mots $a_1, \ldots, a_n$ et $b_1, \ldots, b_n$
  → Peut-on les arranger pour créer deux mots identiques ? (Emil Post, 1946)
- Trouver des solutions entières d'équations diophantiennes
  de type $2x^2 + 3y^3 - 2z = 0$ (Youri Matyasevitch, 1970 - 10e problème de Hilbert, 1900)
- Déterminer le vainqueur d'une partie du jeu "Magic : The gathering"
  (Churchill-Biderman-Herrick, 2019)



Alan Turing (1912-1954)

Emil L. Post (1897-1954)

Youri Matyasevitch (1947-)

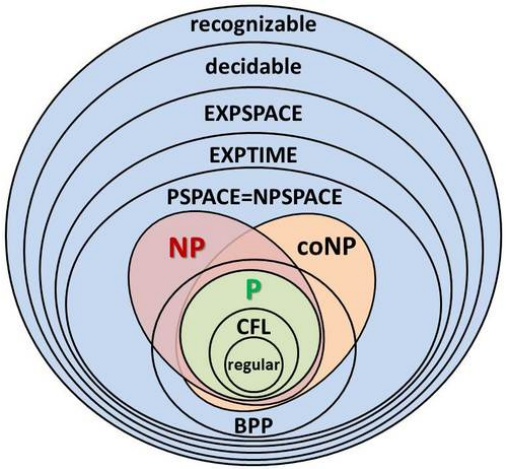
David Hilbert (1862-1943)

Liens avec la logique mathématique :

théorème d'incomplétude de Gödel (1931)

Kurt Gödel (1906-1978)

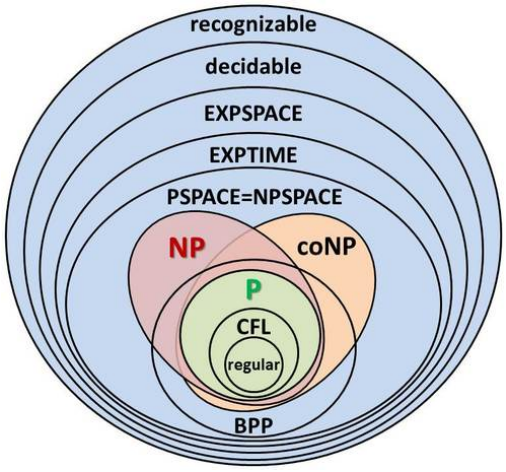
Quelques classes de complexité algorithmique



Classe P (“polynomiaux”) : problèmes “raisonnables” (Cobham-Edmonds, 1965)

Au-dessus : problèmes (probablement) algorithmiquement difficiles

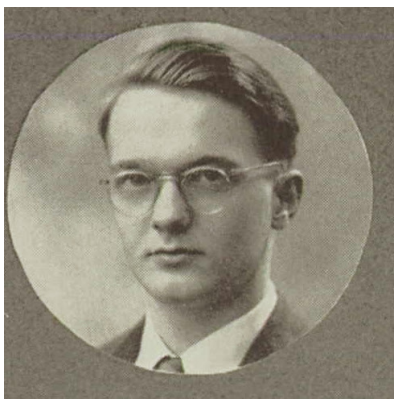
Quelques classes de complexité algorithmique



Classe P (“polynomiaux”) : problèmes “raisonnables” (Cobham-Edmonds, 1965)

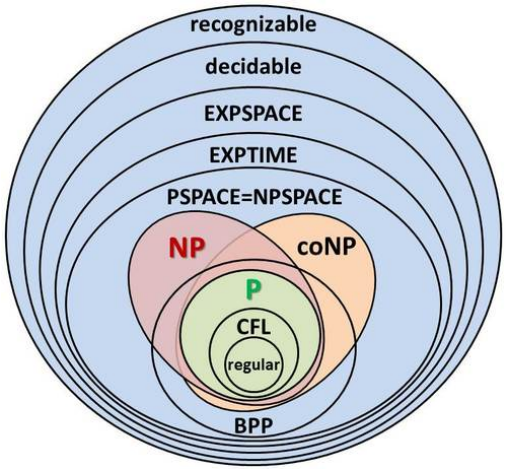
Au-dessus : problèmes (probablement) algorithmiquement difficiles

Jack Edmonds (1934-)



Alan B. Cobham (1927-2011)

Quelques classes de complexité algorithmique



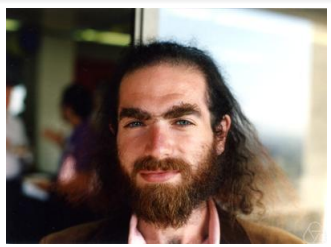
Classe P (“polynomiaux”) : problèmes “raisonnables” (Cobham-Edmonds, 1965)

Au-dessus : problèmes (probablement) algorithmiquement difficiles

Question (P versus NP - une question à 1 million de $)

Est-ce que $P = NP$? (On pense que non.)

7 problèmes du millénaire à 1 million de $



Grigori Perelman (1966-)

PL vs PLNE

L’algorithme du simplexe n’est (en général) pas polynomial... mais il l’est souvent !

PL vs PLNE

L'algorithme du simplexe n'est (en général) pas polynomial... mais il l'est souvent !

Théorème (Leonid Khachiyan, 1979)

Le problème de trouver une solution à un PL est polynomial ("raisonnable").

Leonid Khachiyan (1952-2005)

→ Méthode de l'ellipsoïde ou des points intérieurs.

PL vs PLNE

L'algorithme du simplexe n'est (en général) pas polynomial... mais il l'est souvent !

Théorème (Leonid Khachiyan, 1979)

Le problème de trouver une solution à un PL est polynomial ("raisonnable").

Leonid Khachiyan (1952-2005)

→ Méthode de l'ellipsoïde ou des points intérieurs.

Théorème

Le problème de trouver une solution à un PLNE est NP-difficile (probablement pas "raisonnable").

En particulier : ensemble dominant (= couverture par des antennes), voyageur de commerce...

PL vs PLNE

L'algorithme du simplexe n'est (en général) pas polynomial... mais il l'est souvent !

Théorème (Leonid Khachiyan, 1979)

Le problème de trouver une solution à un PL est polynomial ("raisonnable").

Leonid Khachiyan (1952-2005)

→ Méthode de l'ellipsoïde ou des points intérieurs.

Théorème

Le problème de trouver une solution à un PLNE est NP-difficile (probablement pas "raisonnable").

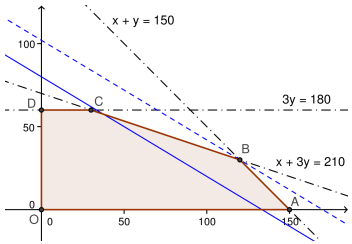
En particulier : ensemble dominant (= couverture par des antennes), voyageur de commerce...

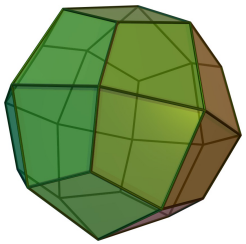
→ La méthode "brancher et borner" est souvent peu efficace !
(mais quand même mieux que tester toutes les possibilités)

Conclusion

Programmes linéaires (PL)

- peuvent exprimer **certains** problèmes importants
- simplexe : efficace en pratique pour trouver la solution optimale (presque tout le temps mais pas toujours...)
- + il existe des méthodes plus complexes, efficaces tout le temps

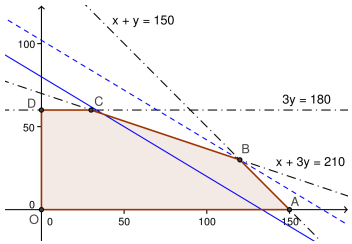


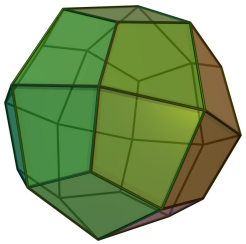


Conclusion

Programmes linéaires (PL)

- peuvent exprimer **certains** problèmes importants
- simplexe : efficace en pratique pour trouver la solution optimale (presque tout le temps mais pas toujours...)
- + il existe des méthodes plus complexes, efficaces tout le temps





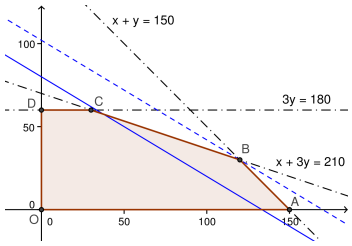
Programmes linéaires en nombres entiers (PLNE)

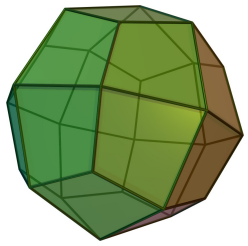
- peuvent exprimer **presque tous** les problèmes importants
- MAIS : pas d'algorithme efficace connu pour trouver la solution optimale !
- le Branch and Bound permet parfois d'obtenir de bons résultats

Conclusion

Programmes linéaires (PL)

- peuvent exprimer **certains** problèmes importants
- simplexe : efficace en pratique pour trouver la solution optimale (presque tout le temps mais pas toujours...)
- + il existe des méthodes plus complexes, efficaces tout le temps





Programmes linéaires en nombres entiers (PLNE)

- peuvent exprimer **presque tous** les problèmes importants
- MAIS : pas d'algorithme efficace connu pour trouver la solution optimale !
- le Branch and Bound permet parfois d'obtenir de bons résultats

Suite du cours : **algorithmes d'approximation** ou **algorithmes heuristiques** pour construire des solutions (non-optimale) en temps raisonnable
→ relaxation linéaire...
→ algos gloutons, méta-heuristiques (descente de gradient, méthodes par population...)